

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

SIMULATION ET ANALYSE NUMÉRIQUES DE LA DYNAMIQUE  
DE LA TRAINÉE EN AVAL D'UN CYLINDRE  
SOUMIS À DES OSCILLATIONS FORCÉES

MATHIEU RODRIGUEZ  
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE MÉCANIQUE)

MAI 2006



Library and  
Archives Canada

Bibliothèque et  
Archives Canada

Published Heritage  
Branch

Direction du  
Patrimoine de l'édition

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file    Votre référence*

*ISBN: 978-0-494-19328-0*

*Our file    Notre référence*

*ISBN: 978-0-494-19328-0*

#### NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

#### AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

---

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

  
**Canada**

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

SIMULATION ET ANALYSE NUMÉRIQUE DE LA DYNAMIQUE  
DE LA TRAÎNÉE EN AVAL D'UN CYLINDRE  
SOUMIS À DES OSCILLATIONS FORCÉES

présenté par : RODRIGUEZ Mathieu

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. LAKIS Aouni, Ph.D., président

M. MUREITHI Njuki W., Ph.D., membre et directeur de recherche

M. LANEVILLE André, Ph.D., membre

## REMERCIEMENTS

Ce mémoire est le résultat de deux années d'études passées au sein de la Chaire d'interaction fluide-structure de l'École Polytechnique de Montréal. Cette expérience a été l'occasion de découvrir les différents aspects de la recherche scientifique tout au long de la progression de mon projet.

Je remercie particulièrement M. Njuki Mureithi, mon directeur, pour la qualité de son encadrement et de ses conseils durant toute cette période. Il m'a permis de découvrir une version dynamique de la recherche scientifique qui a grandement contribué à m'encourager dans la réalisation de mon projet de recherche et me donne envie de poursuivre dans cette voie.

Je remercie aussi l'ensemble des personnes rencontrées au sein du laboratoire durant ces deux années. J'ai apprécié l'ambiance amicale qui y règne et je me permets un salut particulier à mes compagnons de pause-café et de fin de vendredi.

Ces deux années au Canada ont été synonymes de rencontres et de découvertes. Je salue les amis qui ont fait partie de cette aventure.

Finalement, je remercie mes parents, sans qui je n'aurais pas eu la chance de poursuivre mes études, et le reste de ma famille qui malgré la distance m'ont encouragé à persévérer.

## RÉSUMÉ

L'écoulement en aval d'un cylindre soumis à des oscillations longitudinales forcées à été simulé numériquement par la méthode des volumes finis à  $Re=100$  et  $Re=1000$ . La dynamique des tourbillons en aval du cylindre et plus particulièrement la réponse du sillage suivant l'amplitude des oscillations appliquées sont étudiées.

L'écoulement déstabilisé en aval d'un corps non profilé peut entraîner des vibrations induites de celui-ci résultant d'un couplage entre la structure et le sillage de tourbillons. Le but de cette étude est de mieux comprendre ce mécanisme d'interaction, notamment les bifurcations symétriques observées dans le sillage de tourbillons. L'étude se concentre sur le cas d'un cylindre soumis à des oscillations forcées. Soumettre le cylindre à des oscillations forcées résulte en un découplage partiel du problème d'interaction tourbillons structures. De cette manière, seul l'effet du mouvement de la structure sur le sillage de tourbillons est étudié. D'un autre point de vue, l'étude de la réponse de l'écoulement à une perturbation contrôlée s'inscrit dans un objectif plus large de contrôle de l'écoulement et de son sillage de tourbillons.

Les modes de tourbillons dans le sillage en fonction de l'amplitude des oscillations ont été mis en évidence ainsi que leurs symétries spatio-temporelles. La méthode de décomposition orthogonale propre (POD) a été appliquée sur un profil de vitesse longitudinale à 10 diamètres et 2,25 diamètres en aval du centre du cylindre. L'application de cette méthode a rendu possible l'extraction des principaux modes spatio-temporels présents dans le sillage. L'objectif était de mieux comprendre l'effet des perturbations symétriques sur le sillage de tourbillons. Les différents modes extraits et leurs perturbations par le forçage nous ont renseignés à la fois sur l'effet des perturbations contrôlées sur le sillage, mais aussi sur le mécanisme d'interaction entre le sillage de tourbillons et la structure dans le cas de vibrations induites par les tourbillons.

Le sillage en aval du cylindre est composée des deux modes spatio-temporels. Le premier mode a la symétrie des allées de von Karman et le deuxième mode

symétrique oscille à une fréquence double du sillage. L'analyse POD a mis en évidence que le forçage symétrique de l'écoulement se traduit, à de faibles amplitudes, par un forçage du second mode symétrique. Ce mode symétrique présent dans le sillage, mais non visible dans le mode de tourbillons, a un rôle important lors d'une perturbation symétrique, mais aussi dans le cas de vibrations longitudinales induites par les tourbillons. Le forçage symétrique de l'écoulement a induit plusieurs bifurcations symétriques de l'écoulement notamment une perte de symétrie par translation-réflexion du mode de tourbillons et une bifurcation par doublement de période au fur et à mesure que l'on augmente l'amplitude des oscillations forcées.

D'un point de vue théorique, les coefficients des deux équations d'amplitude, déduite en utilisant la théorie des bifurcations par équivariants symétriques et modélisant l'effet du forçage sur le sillage de tourbillons, ont été interpolés à partir des résultats de la simulation numérique. L'analyse POD a extrait les modes spatio-temporels du sillage dont les évolutions temporelles ont servi pour interpoler les coefficients de l'équation d'amplitude déduite. L'équation d'amplitude a été analysée en termes de bifurcations dans les solutions de l'équation dues à un accroissement du forçage. Les bifurcations de l'écoulement observées lors de la simulation numérique et celles mises en évidence lors de l'analyse de l'équation interpolée ont été comparées. Le scénario de bifurcations symétriques de Takens-Bogdanov, obtenue lors de l'analyse de l'équation interpolée a été comparé aux différentes transitions observées lors de l'analyse des résultats issus de la simulation numérique.

Les transitions observées dans le sillage en augmentant le forçage de l'écoulement ont été expliquées en terme d'interaction modale dans le sillage. La perturbation des modes spatio-temporels présents dans le sillage induit des bifurcations symétriques des modes de tourbillons.

## ABSTRACT

The flow downstream of a cylinder subjected to forced streamwise oscillations has been simulated using a finite volume method at  $Re=100$  and  $Re=1000$ . The vortex wake dynamics downstream of the cylinder and in particular the response of the wake flow depending on the cylinder's oscillations has been studied.

Destabilized flows downstream of a bluff body can induce vibrations due to the coupling between the structure and the vortex wake flow. A goal of this project is to understand the interaction mechanism and the bifurcations observed in the vortex wake. The study focuses on the case of a forced cylinder. The flow forcing results in a partial decoupling of the vortex-induced vibrations problem as it only conserves the effect of the structure displacement on the wake flow. Focusing on another point of view, analysing the response of the wake to a controlled perturbation contributes toward the main objective which is to control the flow and the vortex wake.

The simulated flow is analysed in order to understand the effect of the forced perturbations on the wake flow. Vortex modes in the wake and their spatio-temporal symmetries are detailed depending on the oscillation amplitude. Proper Orthogonal Decomposition (POD) has been applied on a velocity profile 10 diameters and 2.25 diameters downstream of the cylinder. The method makes it possible to extract the main modes present in the wake. The objective was to get a more profound understanding of the effect of the symmetric perturbations on the vortex wake. Extracted modes and their perturbations due to the forcing gave information on the effect of the controlled perturbations on the wake, but also on the interaction mechanism between the vortex wake and the structure which results in vortex-induced vibrations.

One of the main results is that the downstream wake is found to be composed of two main spatio-temporal modes, a first mode which has the spatio-temporal symmetry of the von Karman vortex wake and a second which is symmetric and oscillates at twice the vortex shedding frequency. POD analysis gave evidence that in

the case of small oscillation amplitudes, it is the second mode which is first affected by the forcing. So, the symmetric mode, present in the wake as revealed by POD, but not seen in the vortex wake mode, has an important role in the case of symmetric perturbations, but also in the case of stream-wise vortex-induced vibrations. The symmetric forcing of the flow induced symmetry bifurcations in the wake, a symmetry-breaking and a period-doubling of the vortex wake flow were identified as the forced oscillation's amplitude is increased.

With the objective of modelling the forcing and its effects on the flow, numerical simulations allowed interpolating the coefficients of a pair of amplitude equations, deduced using symmetry equivariant theory to model the modal interaction between a mode representing the vortex wake and a mode representing the forcing. Spatio-temporal modes have been extracted from POD analysis and their temporal evolutions have been used to interpolate the coefficients of the deduced amplitude equations. The asymmetrical amplitude mode equation has been analysed in terms of bifurcations in the equation's solutions due to the forcing. Flow bifurcations observed in numerical simulation results were compared with symmetry bifurcations from the interpolated equation analysis. The Takens-Bogdanov bifurcation scenario, given by the equation analysis, has been compared with the transitions observed in numerical simulation's results.

Transitions observed in the wake, as the forcing is increased, were explained in terms of modal interactions in the wake. The perturbation of the spatio-temporal modes present in the wake induces symmetry bifurcations of the vortex wake modes.



## TABLE DES MATIÈRES

<b>REMERCIEMENTS .....</b>	<b>iv</b>
<b>RÉSUMÉ .....</b>	<b>v</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>vii</b>
<b>TABLE DES MATIÈRES .....</b>	<b>ix</b>
<b>LISTE DES TABLEAUX.....</b>	<b>xii</b>
<b>LISTE DES FIGURES .....</b>	<b>xiii</b>
<b>LISTE DES ABRÉVIATIONS .....</b>	<b>xx</b>
<b>CHAPITRE I INTRODUCTION.....</b>	<b>1</b>
1.1 Contexte de l'étude .....	2
1.2 Objectifs de l'étude .....	4
1.3 Organisation du mémoire.....	5
<b>CHAPITRE II REVUE DE LITTÉRATURE.....</b>	<b>6</b>
2.1 Régimes d'écoulement en aval d'un cylindre fixe.....	6
2.2 Mécanismes d'excitation du cylindre par l'écoulement .....	10
2.3 Vibrations induites par les tourbillons .....	11
2.4 Sillage en aval d'un cylindre soumis à des oscillations forcées .....	12
2.5 Simulation numérique de l'écoulement autour d'un cylindre.....	17
2.6 Méthodes d'analyse de l'écoulement aval .....	18
2.7 Analyse théorique d'un sillage forcé .....	20
<b>CHAPITRE III ARTICLE: NUMERICAL INVESTIGATION OF TWO     DIMENSIONAL FLOW PAST A CYLINDER SUBJECTED TO     STREAMWISE HARMONIC FORCING .....</b>	<b>22</b>
Soumis à <i>Journal of Fluids and Structures</i> le 29 mars 2006.....	22

3.1	Titre du manuscrit .....	22
3.2	Auteur et co-auteur .....	22
3.3	Abstract .....	22
3.4	Keywords .....	23
3.5	Introduction.....	23
3.6	Computational methods .....	26
3.6.1	<i>Convergence tests</i> .....	27
3.6.2	<i>Accuracy of the results</i> .....	29
3.7	Simulation results.....	31
3.7.1	<i>Lift frequency effect</i> .....	31
3.7.2	<i>Fluid force dynamics</i> .....	32
3.7.3	<i>Vortex wake modes</i> .....	35
3.8	Proper orthogonal decomposition .....	39
3.8.1	<i>POD analysis of the fixed cylinder wake flow</i> .....	40
3.8.2	<i>POD analysis of the wake under streamwise forcing</i> .....	41
3.8.3	<i>POD and vortex wake modes comparison</i> .....	43
3.9	Conclusion .....	44
3.10	References .....	45
 <b>CHAPITRE IV VALIDATION DES RÉSULTATS PAR SIMULATION</b>		
<b>NUMÉRIQUE AVEC MODÈLE DE TURBULENCE DE L'ÉCOULEMENT</b>		
<b>À <math>Re=1000</math> .....</b>		
4.1	Choix du modèle de turbulence .....	62
4.2	Simulation numérique de l'écoulement en aval du cylindre fixe .....	66
4.3	Simulation numérique dans le cas de forçage à $A/D=0.25$ .....	70
 <b>CHAPITRE V COMPLÉMENTS DE RÉSULTATS PAR ANALYSE DU</b>		
<b>FORÇAGE LONGITUDINAL À <math>Re=100</math> .....</b>		
5.1	Variation du nombre de Strouhal .....	74
5.2	Effet du forçage sur la force appliquée par le fluide sur le cylindre .....	75
5.3	Analyse POD de l'écoulement.....	80

<b>CHAPITRE VI ARTICLE: PROPER ORTHOGONAL DECOMPOSITION BASED ANALYSIS OF THE COUPLING MECHANISM BETWEEN AN OSCILLATING CYLINDER AND ITS WAKE FLOW .....</b>	<b>86</b>
Soumis à <i>Computers &amp; Fluids</i> au mois de mai 2006.....	86
6.1 Titre du manuscrit .....	86
6.2 Auteur et co-auteur .....	86
6.3 Abstract .....	86
6.4 Keywords .....	87
6.5 Introduction.....	87
6.6 Numerical simulation of the forced flow .....	90
6.6.1 Numerical method .....	90
6.6.2 Convergence tests .....	92
6.6.3 Accuracy of the results .....	93
6.7 Proper Orthogonal Decomposition .....	95
6.7.1 Application of the method.....	96
6.8 Simulation results: vortex wake modes .....	97
6.9 POD analysis: understanding the flow forcing mechanism .....	100
6.9.1 POD analysis of the stream-wise harmonic forcing at $Re=1000$ .....	100
6.9.2 Spatial evolution of the modal interaction.....	104
6.10 Wake flow symmetry and mode interaction dynamics.....	107
6.11 Discussion .....	111
6.12 Conclusion .....	113
6.13 References.....	114
<b>CHAPITRE VII DISCUSSION GÉNÉRALE ET CONCLUSIONS.....</b>	<b>138</b>
<b>CHAPITRE VIII RECOMMANDATIONS.....</b>	<b>142</b>
<b>RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....</b>	<b>144</b>
<b>ANNEXE.....</b>	<b>148</b>

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 3.1. Comparison of lift, drag and Strouhal number for different time steps..	28
Tableau 3.2. Present results compared to other computational and experimental data. ....	30
Tableau 4.1. Comparaison du nombre de Strouhal et des coefficients de portance et de traînée dans le cas de la simulation numérique de l'écoulement en aval du cylindre fixe avec et sans modélisation de la turbulence. ....	66
Tableau 6.1. Comparison of lift coefficient, drag coefficient and Strouhal number for different time steps. ....	93
Tableau 6.2. Present results compared to other computational and experimental data at $Re=100$ , $Re=500$ and $Re=1000$ .....	94
Tableau 6.3. Interpolated constants of $K$ and $S$ amplitude equations (8a, b). ....	109

## LISTE DES FIGURES

Figure 2.1. Régimes d'écoulements en aval d'un cylindre en fonction du nombre de Reynolds (Blevins (1990)).	7
Figure 2.2. Variation du nombre de Strouhal en fonction de $Re$ (Blevins (1990)).	9
Figure 2.3. (a) Corrélation de l'émission des tourbillons dans le sillage à la résonance en fonction de l'amplitude des oscillations. (b) et (c) Zones d'accrochage du détachement de tourbillons par les oscillations transverses du cylindre (Blevins (1990)).	12
Figure 2.4. Augmentation du coefficient de traînée moyen en fonction de l'amplitude des oscillations transverses à une fréquence d'oscillation égale à la fréquence de formation des tourbillons (Blevins (1990)).	13
Figure 2.5. Modes de tourbillons en aval du cylindre dans le cas d'oscillations transverses forcées en fonction de l'amplitude et de la fréquence des oscillations (Williamson & Roshko (1988)).	15
Figure 3.1. The computation domain.	47
Figure 3.2. Structured mesh with 130 000 cells.	47
Figure 3.3. $C_D$ and $C_L$ time evolutions in the case of the fixed cylinder for $Re=1000$ .	47
Figure 3.4. (a) Drag, (b) lift frequency decomposition in the case of the fixed cylinder for $Re=1000$ .	48
Figure 3.5. Vorticity distribution downstream of the fixed cylinder.	48
Figure 3.6. (a) Strouhal number and (b) r.m.s lift coefficient as a function of the forcing amplitude ( $A/D$ ).	48
Figure 3.7. (a) Drag, (b) lift coefficient time evolution and (c) lift coefficient frequency decomposition for $A/D=0.05$ .	49
Figure 3.8. Force trajectory along the cylinder path for $A/D=0.05$ .	49
Figure 3.9. Poincaré map reduction of (a) the drag, (b) lift dynamics for $A/D=0.05$ ...	49
Figure 3.10. (a) Drag, (b) lift coefficient time evolution and (c) lift	

coefficient frequency decomposition for $A/D=0.125$ .....	50
Figure 3.11. Force trajectory along the cylinder path for $A/D=0.125$ .....	50
Figure 3.12. Drag (a) and lift (b) coefficient time evolution and lift coefficient frequency decomposition (c) for $A/D=0.15$ .....	50
Figure 3.13. Force trajectory along the cylinder path for $A/D=0.15$ .....	50
Figure 3.14. (a) Drag and (b) lift coefficient along the cylinder trajectory for $A/D=0.15$ .....	51
Figure 3.15. (a) Drag, (b) lift coefficient time evolution and (c) lift frequency decomposition for $A/D=0.25$ .....	51
Figure 3.16. Force trajectory along the cylinder path for $A/D=0.25$ .....	51
Figure 3.17. (a) Drag, (b) lift coefficient time evolution and (c) lift coefficient frequency decomposition for $A/D=0.35$ .....	51
Figure 3.18. Force trajectory along the cylinder path for $A/D=0.35$ .....	51
Figure 3.19. Vorticity field downstream the cylinder for $A/D=0.05$ .....	52
Figure 3.20. Vorticity field of the flow past the cylinder under forced oscillation for $V_r=5$ and $A/D=0.15$ .....	53
Figure 3.21. Vorticity field of the flow past the cylinder under forced oscillation for $V_r=5$ and $A/D=0.25$ .....	54
Figure 3.22. Vorticity field of the flow past the cylinder under forced oscillation for $V_r=5$ and $A/D=0.25$ .....	55
Figure 3.23. POD decomposition of the wake flow $10D$ downstream of the fixed cylinder .....	56
Figure 3.24. POD decomposition of the wake flow $10D$ downstream of the cylinder oscillating at $A/D=0.05$ .....	57
Figure 3.25. POD decomposition of the wake flow $10D$ downstream of the cylinder oscillating at $A/D=0.125$ .....	58
Figure 3.26. POD decomposition of the wake flow $10D$ downstream of the cylinder oscillating at $A/D=0.15$ .....	59
Figure 3.27. POD decomposition of the wake flow $10D$ downstream of	

the cylinder oscillating at $A/D=0.25$ .....	60
Figure 3.28. POD decomposition of the wake flow $10D$ downstream of the cylinder oscillating at $A/D=0.35$ .....	61
Figure 4.1 Evolution temporelle de la force de (a) traînée et de (b) portance dans le cas d'un cylindre fixe. (c) Décomposition fréquentielle de la force de portance. ....	67
Figure 4.2. Champ de vorticité (s <sup>-1</sup> ) en aval du cylindre fixe dans le cas d'une simulation numérique de l'écoulement (a) avec modèle de turbulence $k-\omega$ version SST et (b) sans modèle de turbulence. ....	68
Figure 4.3. Décomposition POD du sillage $10D$ en aval du cylindre fixe dans le cas d'une simulation avec modèle de turbulence. (a) <i>Topos</i> et (b) <i>chronos</i> du premier mode, (c) <i>topos</i> et (d) <i>chronos</i> du second mode. (--) <i>topos</i> sans modélisation de la turbulence. ....	69
Figure 4.4. Champ de vorticité de l'écoulement en aval du cylindre soumis à des oscillations forcées à $V_r=5$ et $A/D=0.25$ .....	71
Figure 4.5. (a). Evolution temporelle des forces de traînée et de portance et décomposition fr�qu�entielle de la force de portance. (b). Trajectoire de la force en fonction du mouvement du cylindre pour $A/D=0.25$ dans le cas de simulation numérique avec ou sans (trait en pointillé) modèle de turbulence.....	72
Figure 4.6. Décomposition POD du sillage $10D$ en aval du cylindre soumis à des oscillations forcées à $V_r=5$ et $A/D=0.25$ pour une simulation avec modèle de turbulence. (a) <i>Topos</i> et (b) <i>chronos</i> du premier mode, (c) <i>topos</i> et (d) <i>chronos</i> du second mode. (--) <i>topos</i> respectifs sans modélisation de la turbulence. ....	73
Figure 5.1. Evolution de $St$ en fonction des amplitudes d'oscillations à $Re=100$ . ....	74
Figure 5.2. (a) Trajectoire de la force adimensionnée le long du mouvement du cylindre pour $A/D=0.05$ . Evolutions temporelles des coefficients de (b) traînée et de (c) portance. (d) Décomposition fr�qu�entielle de la force de portance. (e) Champ de vorticité en aval du cylindre. ....	75
Figure 5.3. (a). Trajectoire de la force adimensionnée le long du mouvement du cylindre pour $A/D=0.25$ . Evolutions temporelles des coefficients de (b) traînée et	

de (c) portance. (d) Décomposition fréquentielle de la force de portance.	
(e) Champ de vorticité en aval du cylindre.....	76
Figure 5.4. (a). Trajectoire de la force adimensionnée le long du mouvement du cylindre pour $A/D=0.4$ . Evolutions temporelles des coefficients de (b) traînée et de (c) portance. (d) Décomposition fréquentielle de la force de portance.	
(e) Champ de vorticité en aval du cylindre.....	77
Figure 5.5. (a). Trajectoire de la force adimensionnée le long du mouvement du cylindre pour $A/D=0.5$ . Evolutions temporelles des coefficients de (b) traînée et de (c) portance. (d) Décomposition fréquentielle de la force de portance.	
(e) Champ de vorticité en aval du cylindre.....	78
Figure 5.6. (a). Trajectoire de la force adimensionnée le long du mouvement du cylindre pour $A/D=0.6$ . Evolutions temporelles des coefficient de (b) traînée et de (c) portance. (d) Décomposition fréquentielle de la force de portance.	
(e) Champ de vorticité en aval du cylindre.....	79
Figure 5.7. Décomposition POD de la traînée $10D$ en aval du cylindre fixe dans le cas d'une simulation à $Re=100$ . (a) <i>Topos</i> et (b) <i>chronos</i> du premier mode, (c) <i>topos</i> et (d) <i>chronos</i> du second mode. (--) <i>topos</i> respectifs trouvés à $Re=1000$ . ....	81
Figure 5.8. Décomposition POD du sillage $10D$ en aval du cylindre oscillant à $A/D=0.25$ dans le cas d'une simulation à $Re=100$ . (a) <i>Topos</i> et (b) <i>chronos</i> du premier mode, (c) <i>topos</i> et (d) <i>chronos</i> du second mode. (--) <i>topos</i> respectifs trouvés dans le cas du cylindre fixe. ....	83
Figure 5.9. Décomposition POD du sillage $10D$ en aval du cylindre oscillant à $A/D=0.6$ dans le cas d'une simulation à $Re=100$ . (a) <i>Topos</i> et (b) <i>chronos</i> du premier mode, (c) <i>topos</i> et (d) <i>chronos</i> du second mode.....	84
Figure 6.1. Vorticity distribution downstream of the fixed cylinder at $Re=1000$ . ....	116
Figure 6.2. Poincaré map reduction of (a) the drag and (b) lift coefficients for $A/D=0.05$ .....	116
Figure 6.3. (a) Drag and (b) lift coefficient time evolution. (c) Lift coefficient frequency decomposition for $A/D=0.05$ . ....	117



Figure 6.4. Vorticity field of the flow past the cylinder under forced oscillation for $V_r=5$ and $A/D=0.15$ .....	117
Figure 6.5. Vorticity field of the flow past the cylinder under forced oscillation for $V_r=5$ and $A/D=0.25$ .....	118
Figure 6.6. Vorticity field of the flow past the cylinder under forced oscillation for $V_r=5$ and $A/D=0.35$ .....	118
Figure 6.7. POD decomposition of the wake flow $10D$ downstream of the fixed cylinder .....	119
Figure 6.8.(a) Time evolution of the x-velocity profile $10D$ downstream of the fixed cylinder. POD of the wake flow $10D$ downstream of the fixed cylinder showing the time evolution of (b) first mode, (c) second mode and (d) third mode. ....	120
Figure 6.9. (a) Time evolution of the x-velocity profile $10D$ downstream of the cylinder oscillating at $A/D=0.05$ . POD of the wake flow $10D$ downstream of the cylinder oscillating at $A/D=0.05$ showing the time evolution of (b) first mode, (c) second mode and (d) third mode . ....	121
Figure 6.10. POD decomposition of the wake flow $10D$ downstream of the cylinder oscillating at $A/D=0.05$ .....	122
Figure 6.11. POD decomposition of the wake flow $10D$ downstream of the cylinder oscillating at $A/D=0.125$ .....	123
Figure 6.12. (a) Time evolution of the x-velocity profile $10D$ downstream of the cylinder oscillating at $A/D=0.125$ . POD of the wake flow $10D$ downstream of the cylinder oscillating at $A/D=0.125$ showing the time evolution of (b) first mode, (c) second mode and (d) third mode. ....	124
Figure 6.13. POD decomposition of the wake flow $10D$ downstream of the cylinder oscillating at $A/D=0.15$ .....	125
Figure 6.14. (a) Time evolution of the x-velocity profile $10D$ downstream of the cylinder oscillating at $A/D=0.15$ . POD of the wake flow $10D$ downstream of the cylinder oscillating at $A/D=0.15$ showing the time evolution of (b) first mode and (c) second mode. ....	126

Figure 6.15. (a) Time evolution of the x-velocity profile $10D$ downstream of the cylinder oscillating at $A/D=0.25$ . POD of the wake flow $10D$ downstream of the cylinder oscillating at $A/D=0.15$ showing the time evolution of (b) first mode and (c) second mode. ....	126
Figure 6.16. POD decomposition of the wake flow $10D$ downstream of the cylinder oscillating at $A/D=0.25$ .....	127
Figure 6.17. (a) Time evolution of the x-velocity profile $10D$ downstream of the cylinder oscillating at $A/D=0.35$ . POD of the wake flow $10D$ downstream of the cylinder oscillating at $A/D=0.35$ showing the time evolution of (b) first mode and (c) second mode. ....	128
Figure 6.18. POD decomposition of the wake flow $10D$ downstream of the cylinder oscillating at $A/D=0.35$ .....	129
Figure 6.19. (a) Time evolution of the x-velocity profile $2.25D$ downstream of the fixed cylinder. POD of the wake flow $2.25D$ downstream of the fixed cylinder showing the time evolution of (b) first mode, (c) second mode and (d) third mode. .	130
Figure 6.20. (a) Time evolution of the x-velocity profile $2.25D$ downstream of the cylinder oscillating at $A/D=0.05$ . POD of the wake flow $2.25D$ downstream of the cylinder oscillating at $A/D=0.05$ showing the time evolution of (b) first mode, (c) second mode and (d) third mode. ....	131
Figure 6.21. (a) Time evolution of the x-velocity profile $2.25D$ downstream of the cylinder oscillating at $A/D=0.125$ . POD of the wake flow $2.25D$ downstream of the cylinder oscillating at $A/D=0.125$ showing the time evolution of (b) first mode, (c) second mode and (d) third mode. ....	132
Figure 6.22. (a) Time evolution of the x-velocity profile $2.25D$ downstream of the cylinder oscillating at $A/D=0.15$ . POD of the wake flow $2.25D$ downstream of the cylinder oscillating at $A/D=0.15$ showing the time evolution of (b) first mode and (c) second mode. ....	133
Figure 6.23. (a) Time evolution of the x-velocity profile $2.25D$ downstream of the cylinder oscillating at $A/D=0.25$ . POD of the wake flow $2.25D$ downstream of the	

cylinder oscillating at $A/D=0.25$ showing the time evolution of (b) first mode and (c) second mode. ....	134
Figure 6.24. (a) Time evolution of the x-velocity profile $2.25D$ downstream of the cylinder oscillating at $A/D=0.35$ . POD of the wake flow $2.25D$ downstream of the cylinder oscillating at $A/D=0.35$ showing the time evolution of (b) first mode and (c) second mode. ....	135
Figure 6.25. Poincare map relating the real and imaginary parts of successive mode $K$ amplitudes in the case of the cylinder wake flow. ....	136
Figure 6.26. Trajectories of imaginary versus real components of mode $K$ amplitude for different $S$ : (a) $S=0.025$ , (b) $S=0.32325$ , (c) $S=0.3325$ , (d) $S=0.3375$ . ....	136
Figure 6.27. Poincare map relating the real versus imaginary parts of successive mode $K$ amplitudes at $A/D=0.05$ . ....	137
Figure 6.28. Poincare map relating the real versus imaginary parts of successive mode $K$ amplitudes at $A/D=0.1$ . ....	137
Figure 6.29. Poincare map relating the real versus imaginary parts of successive mode $K$ amplitudes at $A/D=0.3$ . ....	137
Figure A.1. Organigramme du programme de l'analyse POD. ....	148

## LISTE DES ABRÉVIATIONS

- $A$  : Amplitude des oscillations du cylindre.
- $C_D$  : Coefficient de traînée.
- $C_L$  : Coefficient de portance.
- $D$  : Diamètre du cylindre.
- $f_e$  : Fréquence des oscillations du cylindre.
- $f_s$  : Fréquence des oscillations du sillage en aval du cylindre fixe.
- $P$  : Paire de tourbillons lâchés en aval du cylindre (selon Williamson & Roshko, 1988).
- POD : *Proper Orthogonal Decomposition* (Décomposition orthogonale propre).
- $S$  : Tourbillon simple lâché en aval du cylindre (selon Williamson & Roshko, 1988).
- $Re$  : Nombre de Reynolds.
- $St$  : Nombre de Strouhal.
- $U$  : Vitesse de l'écoulement incident.
- VIV : *Vortex-Induced Vibrations* (Vibrations induites par les tourbillons).
- $x$  : Position longitudinale du cylindre lors de ses oscillations forcées.
- $\lambda$  : Longueur d'onde associée à la formation des tourbillons dans l'écoulement.

## CHAPITRE I

### INTRODUCTION

Que ce soit pour répondre au cahier des charges de leur conception ou pour des raisons inhérentes à leur fabrication, beaucoup de structures, en dehors du domaine aérospatial, ne font pas l'objet d'une optimisation aérodynamique. Pourtant, il est courant qu'une structure soit soumise à un écoulement, industriel ou naturel. Pour ne citer que quelques exemples, dans le domaine de l'extraction de pétrole "off-shore", les câbles d'arrimages ou les tuyaux d'extraction subissent l'effet des courants marins qui sont très fluctuants et cisailés. Dans le domaine du génie civil, les ponts, les gratte-ciel et les cheminées d'évacuation de fumée sont soumis au vent. Dans le domaine industriel, les instruments de mesure (mesure de température, de vitesse, de pression, etc.) sont placés au cœur de l'écoulement et même si leur impact sur celui-ci est minimisé, il n'empêche qu'ils doivent résister à tous les phénomènes induits par le fluide.

Malheureusement, qu'ils aient été considérés comme secondaires ou négligés lors de la conception d'une structure, un certain nombre de phénomènes résultant de l'interaction entre le fluide et la structure surviennent et peuvent être responsables de dégâts majeurs. Ce sont des phénomènes de couplage complexes. Parmi les exemples les plus connus, on peut citer la destruction du pont de Tacoma, due à un phénomène de flottement du tablier induit par les effets instationnaires de la séparation de l'écoulement autour du pont, qui a excité un mode de torsion de la structure (Billah & Scanlan (1991)). En 1995, au Japon, l'incident survenu sur le prototype Monju de réacteur surgénérateur à neutrons rapides (*fast breeder reactor*) est un deuxième exemple important. L'endommagement d'un capteur de température à l'intérieur d'une boucle secondaire du réacteur a entraîné une fuite de sodium liquide. L'analyse du capteur de température a permis de mettre en évidence la cause de sa rupture, le phénomène de vibrations induites par les tourbillons (abrégé VIV selon sa traduction anglaise *Vortex-Induced Vibrations*). Seules les vibrations transverses induites par les

tourbillons avaient été prises en compte comme critère de conception du capteur alors que ce sont les vibrations induites dans le sens longitudinal de l'écoulement qui sont à l'origine de sa rupture. Les VIV interviennent dans les fortes oscillations observables sur des câbles d'arrimage et des tuyaux d'extraction de stations offshore, et peuvent entraîner la destruction d'une cheminée d'évacuation dans le cas de trop fortes oscillations. Ces quelques exemples mettent en évidence l'importance de l'étude du phénomène des vibrations induites par les tourbillons afin d'en comprendre la dynamique et ses effets. Cela est indispensable d'un point de vue ingénierie afin d'assurer la résistance des structures concernées par ce phénomène.

### **1.1 Contexte de l'étude**

Les VIV sont un mécanisme de couplage fort entre la structure et l'écoulement, dont les dynamiques affectées par ces interactions. Le problème des interactions entre les tourbillons et la structure est complexe. De ce fait, pour pouvoir l'étudier ce mécanisme est simplifié en effectuant un découplage partiel de l'interaction. En introduisant des oscillations contrôlées de la structure, l'effet de la structure sur l'écoulement peut ainsi être étudié indépendamment.

Comme l'ont, entre autres, montré Williamson & Roshko (1988), suivant les caractéristiques en fréquence et en amplitude des oscillations d'un cylindre, le sillage de tourbillons en aval peut être décrit selon différents modes de tourbillons, en fonction du nombre de paires de tourbillons et du nombre de tourbillons simples lâchés par cycle d'oscillation du cylindre. De même, Ongören & Rockwell (1988) ont étudié l'effet de la direction, de l'amplitude et de la fréquence d'oscillations forcées d'un cylindre sur le sillage aval, dans le but de comprendre l'effet du mouvement du cylindre sur le sillage résultant. Plusieurs types de sillages de tourbillons ont été répertoriés : un sillage symétrique, symétrique et antisymétrique par intermittence, symétrique puis antisymétrique par déplacement vers l'aval et totalement antisymétrique. Les transitions entre ces différents modes de sillage observables en aval du cylindre permettent de comprendre certaines caractéristiques de la réponse

d'un cylindre à un écoulement incident. Parmi les observations les plus importantes, on note le saut, avec hystérésis, au niveau de la fréquence d'accrochage, de la réponse d'un cylindre soumis à un écoulement transverse (Feng, 1968). La transition entre les modes de tourbillons présents dans le sillage en aval du cylindre explique le saut en réponse de l'amplitude. Au passage de l'accrochage, le sillage effectue une transition entre deux modes de tourbillons, de deux tourbillons simples lâchés par cycle d'oscillation du cylindre à deux paires de tourbillons lâchés par cycle d'oscillation du cylindre (Brika & Laneville (1993, 1995)).

Ces travaux montrent qu'expliquer le mécanisme de compétition entre les modes de tourbillons, leurs interactions et leurs transitions permettraient de progresser dans la compréhension des interactions tourbillons structures. En effet, savoir de quelle manière la perturbation de l'écoulement par les oscillations forcées du cylindre va induire des bifurcations dans les modes de tourbillons donne des informations essentielles sur la façon dont l'écoulement excite une structure et induit des vibrations de celle-ci. De ce couplage résulte aussi différents modes de tourbillons dans le sillage en fonction de l'amplitude des oscillations.

De plus, les observations faites pendant ces travaux, notamment dans le cas d'oscillations forcées appliquées au cylindre, donnent de précieuses informations concernant la réponse des allées de von Karman à des perturbations contrôlées. La compréhension du mécanisme d'interaction entre l'écoulement et la perturbation appliquée, représentée par les oscillations forcées du cylindre, est une étape indispensable à la définition d'une stratégie de contrôle du phénomène de déstabilisation de l'écoulement en aval de la structure. Une fois l'interaction modale non linéaire dans le sillage déterminé, les résultats peuvent être exploités dans une optique de contrôle non linéaire de l'écoulement, tel que le contrôle de la séparation de l'écoulement en aval d'une aile d'avion ou d'un véhicule.

## 1.2 Objectifs de l'étude

Dans le but de comprendre le mécanisme à l'origine des transitions entre les différents modes de tourbillons, l'étude présentée dans ce rapport se limite au cas précis d'oscillations forcées longitudinales appliquées à un cylindre dans le cas de nombres de Reynolds ( $Re$ ) de 100 ou de 1000. La réponse de l'écoulement aval par rapport à cette excitation contrôlée est analysée.

La simulation numérique a été choisie afin d'étudier la réponse de l'écoulement à l'excitation. L'écoulement soumis aux oscillations forcées du cylindre a été calculé en résolvant les équations de Navier-Stokes par la méthode des volumes finis. Une réponse périodique de l'écoulement est recherchée et analysée en terme de modes de tourbillons dans le sillage et de force appliquée par le fluide au cylindre.

De plus, l'écoulement simulé est utilisé pour effectuer une décomposition orthogonale propre (POD) du sillage en aval du cylindre. La méthode de décomposition est appliquée sur le profil de vitesse à 2.25 et 10 diamètres en aval du cylindre. Les différents modes spatio-temporels présents dans le sillage en fonction de l'amplitude des oscillations sont extraits afin de mettre en évidence une interaction modale dans le sillage, notamment en définissant les différents modes observées à l'aide du groupe des symétries. Un modèle d'ordre réduit décrivant l'interaction modale a été dérivé par Mureithi et al (2002). Les modes POD déterminés numériquement sont utilisés pour interpoler les constantes inconnues du modèle. Une analyse numérique du modèle interpolé est effectuée dans le but d'être comparée aux résultats issus de la simulation numérique. L'objectif de déduire un modèle d'ordre réduit de l'interaction tient à l'avantage que ce dernier procurera puisqu'il pourra être étudié plus en détail que le sillage lui-même.

L'objectif de la présente étude est de comprendre comment la perturbation de l'écoulement intervient dans les différentes transitions observées dans le sillage grâce à la simulation numérique. Il s'agit de mettre en évidence l'influence de l'excitation sur les différents modes spatio-temporels présents dans le sillage, extraits grâce à la



méthode POD, et d'expliquer les transitions en termes de bifurcations symétriques de l'écoulement.

### 1.3 Organisation du mémoire

Le mémoire s'articule en neuf chapitres. Ce premier chapitre a permis de présenter le domaine et le contexte de l'étude, et de définir les objectifs du projet. Le deuxième chapitre est une revue de littérature regroupant les principaux résultats de recherche existants reliés au sujet étudié.

Le troisième chapitre présente, sous la forme d'un article soumis à *Journal of Fluids & Structures*, les résultats de la simulation numérique à  $Re=1000$  et l'analyse POD du sillage. L'effet du forçage sur le sillage de tourbillons et sur les modes POD est décrit. Le quatrième chapitre concerne la vérification l'hypothèse de non modélisation de la turbulence lors de la simulation numérique. Le cinquième chapitre rassemble les résultats issus de la simulation numérique du forçage à  $Re=100$ . Un intérêt particulier est apporté à la comparaison des résultats avec ceux obtenus à  $Re=1000$ , que ce soit pour le sillage de tourbillons ou pour la décomposition orthogonale propre.

Le chapitre six est rédigé sous la forme d'un article soumis au journal *Computers & Fluids*. L'analyse POD est approfondie et les symétries spatio-temporelles des modes extraits sont présentées. Les modes POD sont aussi utilisés pour interpoler l'équation d'amplitude représentant l'interaction modale dans le sillage développée par Mureithi et al. (2002). Les résultats de l'analyse de cette équation interpolée sont comparés aux différentes bifurcations symétriques observées dans le sillage. L'effet du forçage sur le sillage de tourbillons est expliqué d'un point de vue interaction entre modes spatio-temporels.

Le septième chapitre rassemble une discussion générale et les conclusions de l'étude. Il est suivi d'un chapitre contenant les recommandations liées à la progression actuelle du projet.

## CHAPITRE II

### REVUE DE LITTÉRATURE

Le cylindre, en tant que structure autour de laquelle se développe un écoulement transverse, est un paradigme de la mécanique des fluides autant pour la simplicité de sa géométrie que la complexité des phénomènes dynamiques observables. Etant un corps non profilé, il induit une séparation de l'écoulement qui l'entoure et ce décollement de la couche limite de l'écoulement est à l'origine des phénomènes mis en évidence dans ce rapport. La déstabilisation de l'écoulement et la dynamique des tourbillons suscitent un intérêt particulier à cause des vibrations pouvant être induites par les tourbillons lâchés en aval de la structure. Dans cette revue de littérature, les différents régimes de l'écoulement en aval du cylindre fixe sont présentés, afin de comprendre les différents mécanismes d'interaction possible entre le cylindre et l'écoulement. Ensuite, les principaux résultats concernant les vibrations induites par les tourbillons et les écoulements en aval d'un cylindre forcé seront exposés ainsi que l'utilisation de la simulation numérique comme outil aidant à la compréhension de ce phénomène. Pour finir, on s'intéressera aux différentes méthodes d'analyse de l'écoulement utilisées pour comprendre le phénomène d'interaction et à la modélisation théorique de l'effet du forçage sur le sillage.

#### 2.1 Régimes d'écoulement en aval d'un cylindre fixe

L'écoulement autour d'un cylindre est décrit en plusieurs régimes (Figure 2.1) en fonction de la valeur du nombre de Reynolds (Blevins (1990); Williamson (1996)). Le nombre de Reynolds,  $Re$ , équation (2.1), est un critère de similitude qui compare l'échelle de temps du phénomène de diffusion visqueuse et l'échelle de temps de la convection dans l'écoulement.

$$Re = \frac{UD}{\nu} \quad (2.1)$$

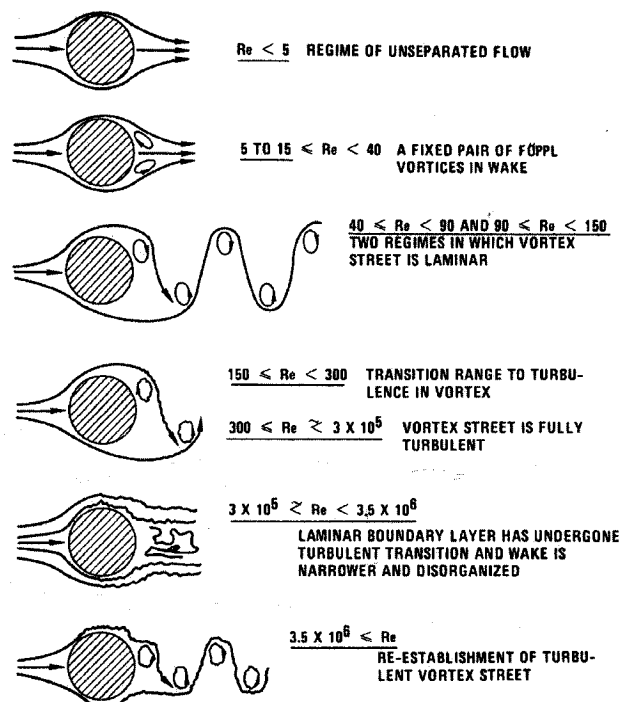


Figure 2.1. Régimes d'écoulements en aval d'un cylindre en fonction du nombre de Reynolds (Blevins (1990)).

A très faibles nombres de Reynolds, l'écoulement autour du cylindre est proche de l'écoulement potentiel, les lignes de courant de l'écoulement sont symétriques par rapport aux axes vertical et horizontal passant par le centre du cylindre. Quand le nombre de Reynolds augmente, l'écoulement perd sa symétrie entre l'amont et l'aval. A partir d'un nombre de Reynolds entre 4 et 5, on observe un décollement de la couche limite en aval du cylindre et l'apparition d'une paire de tourbillons de recirculation derrière le cylindre. Ces tourbillons restent attachés derrière le cylindre mais vont s'allonger horizontalement selon une fonction linéaire du nombre de Reynolds. Au dessus de  $Re = 40$ , les tourbillons de recirculation restent dans le sillage qui commence à osciller.

A partir d'un nombre de Reynolds de 49, l'écoulement se déstabilise et on observe la formation de tourbillons alternés, résultats d'une bifurcation de Hopf de l'écoulement. Ces tourbillons sont le résultat de décollements et recollements successifs des couches limites de chaque côté du cylindre. En effet, les couches

limites de l'écoulement se séparent de chaque côté du cylindre et forment deux couches de cisaillement qui délimitent la zone de recirculation. Comme la vitesse de l'écoulement du côté intérieur de la couche de cisaillement se déplace moins vite que le côté extérieur en contact avec l'écoulement libre, les couches de cisaillement s'enroulent en aval du cylindre formant les tourbillons.

Jusqu'à  $Re$  proche de 194, le sillage de tourbillons, que l'on nomme communément allée de Von Karman, est laminaire. Ensuite, le sillage devient tridimensionnelle et turbulente mais la couche limite sur le cylindre reste laminaire. Son décollement s'effectue aux alentours de  $80^\circ$ . Pour  $Re > 3.10^5$ , on observe une transition dans la couche limite sur le cylindre qui devient turbulente et déplace le point de séparation à  $140^\circ$ . Le sillage en aval du cylindre est désorganisée. Pour  $Re > 3.5.10^6$ , les allées de Von Karman se rétablissent malgré la couche limite turbulente sur le cylindre. On note que des satellites ont permis d'observer des allées de von Karman dans les basses couches de l'atmosphère. En effet, la dynamique des masses nuageuses autour d'îlots a révélé l'existence des allées de von Karman pour des nombres de Reynolds de l'ordre de  $10^9$ .

Lors des régimes périodiques, la régularité d'apparition des tourbillons dans le sillage est caractérisée par un critère de similitude, le nombre de Strouhal,  $St$ , équation (2.2), qui définit la fréquence de formation des tourbillons dans l'écoulement en fonction de ses caractéristiques géométriques et dynamiques.

$$St = \frac{fD}{U} \quad (2.2)$$

Ce nombre est défini par le rapport entre l'échelle de temps des fluctuations instationnaires et l'échelle de temps de la convection. La présence de tourbillons alternés entraîne une fluctuation du champ de pression autour du cylindre. Il en résulte une oscillation des forces de traînée et de portance du cylindre. La force de traînée, horizontale, est indifférente au côté de formation des tourbillons ce qui explique que la fréquence principale des oscillations de la traînée soit le double de la fréquence principale des oscillations de la portance. Le nombre de Strouhal en aval d'un cylindre

est fonction du nombre de Reynolds, de la rugosité de la surface et de l'intensité de la turbulence dans l'écoulement (Figure 2.2).

Dans la zone où les allées de Von Karman sont laminares, soit  $40 \leq Re \leq 200$ , le nombre de Strouhal évolue selon la relation  $St \approx 0.21(1 - 21/Re)$  (Roshko (1954)). Il est de l'ordre de 0.2 pour  $200 \leq Re \leq 10^4$ . L'effet de la rugosité sur  $St$  est important dans la plage  $10^5 \leq Re \leq 2 \cdot 10^6$ , ceci correspond à la phase de transition laminaire-turbulente de la couche limite de l'écoulement sur le cylindre. Cette transition est fortement influencée par la rugosité. Par contre, l'intensité de la turbulence a peu d'effet sur le nombre de Strouhal et la portance, elle agit de la même manière qu'une augmentation du nombre de Reynolds.

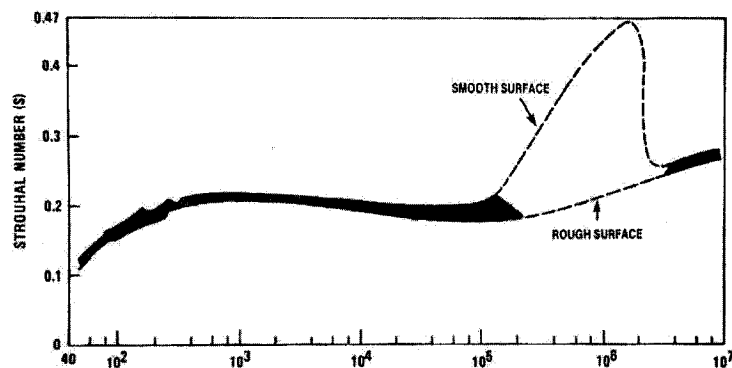


Figure 2.2. Variation du nombre de Strouhal en fonction de  $Re$  (Blevins (1990)).

Les cylindres à sections non circulaires et certains objets tridimensionnels induisent aussi la formation de tourbillons et les sillages de tourbillons sont très semblables indépendamment de la structure. L'allée de tourbillons a pour origine la présence de points d'inflexion dans le profil de vitesse en aval de la structure, et la position de ces points est liée à celle des deux couches de cisaillement de part et d'autre de la structure. Il est donc possible de définir un nombre de Strouhal général pour n'importe quel corps non profilé en se basant sur la distance entre les deux couches de cisaillement. La dimension caractéristique utilisée pour définir les nombres de Strouhal et de Reynolds est la distance entre les deux points de séparation de l'écoulement.

## 2.2 Mécanismes d'excitation du cylindre par l'écoulement

En rapport avec les régimes d'écoulement répertoriés en aval d'un cylindre fixe, trois mécanismes d'interactions entre l'écoulement et la structure peuvent exciter cette dernière. D'une manière générale, ces mécanismes se retrouvent sur tous les corps soumis à un écoulement et plus particulièrement les corps non profilés. On retient :

- l'excitation due à la turbulence,
- l'instabilité dynamique de la structure concernée. On parle de crise de traînée ou de crise de portance,
- les vibrations induites par les tourbillons.

Le premier mécanisme est lié à la turbulence de l'écoulement incident. Cette force d'excitation est répartie sur un large spectre en fréquence et son intensité est faible comparé à celle des mécanismes suivants.

Le deuxième mécanisme est l'instabilité dynamique de la structure. Deux types d'instabilités sont possibles. La première est due à une forte variation de la force de traînée selon la vitesse de la structure par rapport à l'écoulement. Ceci a pour effet d'entraîner des oscillations longitudinales de la structure concernée. Dans le cas d'un cylindre, on retrouve cette instabilité à la transition laminaire-turbulente de l'écoulement, vers  $Re = 2.10^5$  (De Langre (2002)). Ce type d'instabilité intervient notamment dans le cas des courants marins. La seconde instabilité est la crise de portance. Elle intervient lorsque la portance de la structure dépend de l'angle d'incidence de l'écoulement. Le déplacement transversal de la structure modifie son angle d'incidence et donc la force transverse appliquée par le fluide. Le cylindre étant symétrique par rotation autour de son centre, un cylindre seul ne peut pas entrer en crise de portance. On observe en revanche ce phénomène dans le cas de cylindres en tandem où le cylindre dans le sillage du premier subit une force induite par le fluide dépendante de sa position. Dans ce cas, on parle d'instabilité de sillage.

Le troisième mécanisme, qui est la raison d'être de ce projet, est détaillé dans la partie suivante.

### 2.3 Vibrations induites par les tourbillons

Les fluctuations de la pression et du cisaillement dues à la déstabilisation dynamique, de la couche limite autour des structures non profilées, induisent un mouvement de la structure concernée. La caractéristique principale de cette interaction entre le fluide et la structure est qu'il s'agit d'un cas de couplage fort (De Langre (2002)). Cela signifie que les échelles de temps caractéristiques des évolutions, que ce soit du côté du fluide ou du solide, sont du même ordre de grandeur. Sarpkaya (2004) définit les vibrations induites par les tourbillons "non comme une petite perturbation surimposée à un mouvement moyen stationnaire mais comme un phénomène non linéaire, autorégulé et à plusieurs degrés de liberté". Ainsi les vibrations de la structure, quelles soient longitudinales ou transverses, ont d'importants effets sur le sillage de tourbillons notamment quand la fréquence des vibrations du cylindre est proche de la fréquence de détachement des tourbillons. Blevins (1990) énumère les effets principaux des vibrations du cylindre sur les caractéristiques du sillage de tourbillons :

- accroître l'intensité des tourbillons,
- augmenter la corrélation du sillage le long du cylindre,
- agir sur la fréquence de détachement des tourbillons. On parle d'accrochage ou de synchronisation, et ce phénomène peut se produire dans une moindre mesure si la fréquence des vibrations est un multiple ou un sous-multiple de la fréquence d'émission des tourbillons,
- augmenter la force de traînée moyenne sur le cylindre,
- modifier la phase, la configuration et le mode de tourbillons induits dans le sillage.

Comme mentionné dans l'introduction, une grande partie des études ayant permis de mieux connaître les vibrations induites par les tourbillons ont été effectuées dans le cas d'un découplage partiel de l'interaction en forçant le cylindre à osciller. Les principaux résultats obtenus dans ces études sont présentés dans la section suivante.

## 2.4 Sillage en aval d'un cylindre soumis à des oscillations forcées

La réponse au forçage périodique du sillage en aval du cylindre est caractérisée par une augmentation de la longueur de corrélation et par l'apparition du phénomène d'accrochage du sillage aux oscillations du cylindre. Dans le cas d'oscillations transverses forcées du cylindre, l'augmentation de la corrélation avec l'amplitude des oscillations (Figure 2.3(a)) signifie que le caractère tridimensionnel du sillage diminue avec l'amplitude des vibrations. Ceci confirme, dans une certaine mesure, l'intérêt d'une description bidimensionnelle des modes de tourbillons dans le sillage ainsi que la simulation numérique en deux dimensions de l'interaction entre les mouvements du cylindre et le sillage résultant.

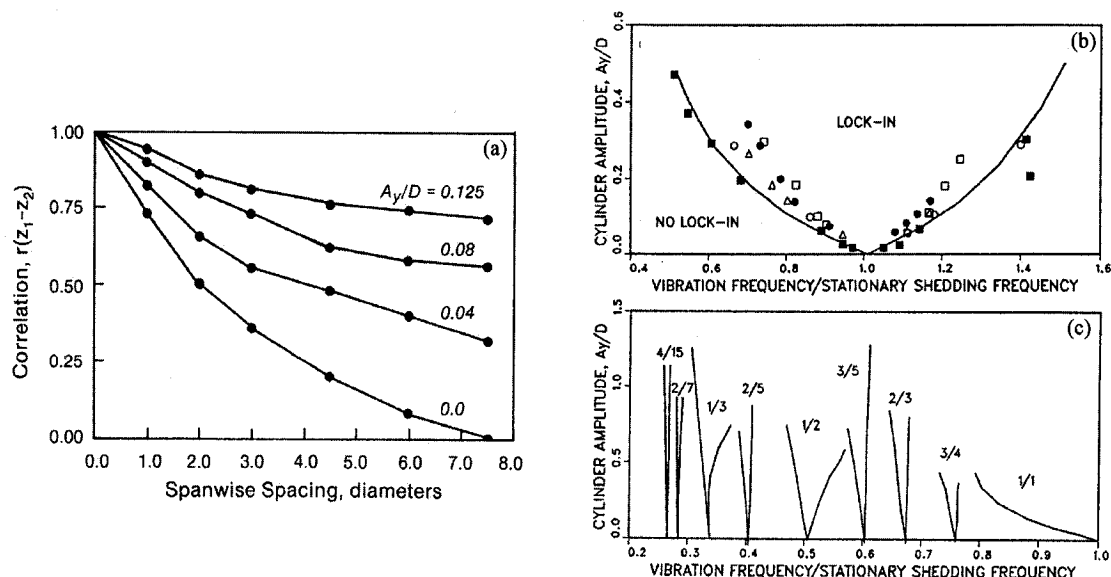


Figure 2.3. (a) Corrélation de l'émission des tourbillons dans le sillage à la résonance en fonction de l'amplitude des oscillations. (b) et (c) Zones d'accrochage du détachement de tourbillons par les oscillations transverses du cylindre (Blevins (1990)).

L'augmentation des amplitudes des oscillations accroît aussi les possibilités de synchronisation de la fréquence des lâchers de tourbillons avec les vibrations de la structure tel que montré Figure 2.3(b). On note que la fréquence d'oscillations dans le



sillage peut être déplacée jusqu'à 40 % par rapport à la fréquence obtenue dans le cas du cylindre fixe. Cela est aussi le cas pour les synchronisations à des fréquences multiples ou sous-multiples, même si la plage d'accrochage est plus restreinte (Figure 2.3(c)).

La force de traînée moyenne sur le cylindre est fonction de l'amplitude des vibrations. Une régression linéaire a été obtenue dans le cas d'oscillations transverses d'un cylindre avec accrochage du sillage (Figure 2.4). Elle est comparée à des résultats expérimentaux. On remarque ainsi que la traînée est fortement augmentée par des oscillations du cylindre. Le maximum de l'amplitude des vibrations d'un cylindre induites par des tourbillons est de l'ordre du diamètre dans le cas de vibrations transverses, et de  $0.2D$  dans le cas de vibrations longitudinales (Nishihira et al., 2004). Ce maximum d'amplitude atteignable est relié aux différents modes de tourbillons observables en aval du cylindre suivant les caractéristiques de ces oscillations. Les différents modes observés ainsi que les résultats concernant le sillage en aval d'un cylindre soumis à des oscillations forcées sont décrits dans la partie suivante.

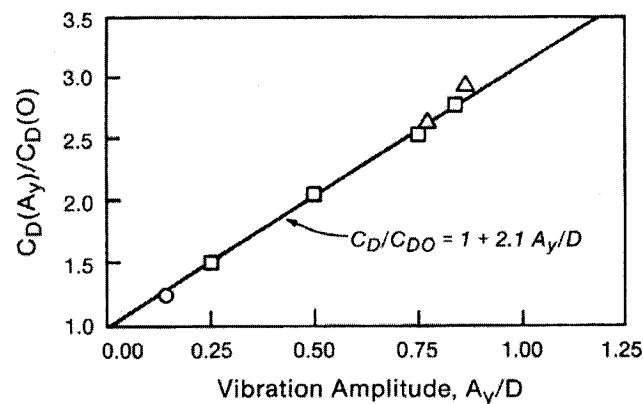


Figure 2.4. Augmentation du coefficient de traînée moyen en fonction de l'amplitude des oscillations transverses à une fréquence d'oscillation égale à la fréquence de formation des tourbillons (Blevins (1990)).

Williamson & Roshko (1988) ont montré que le sillage en aval d'un cylindre en vibrations peut être formé de différents modes de tourbillons suivant les caractéristiques des oscillations du cylindre (Figure 2.5). Pour cela, ils ont utilisé l'hypothèse selon laquelle l'écoulement en aval d'un cylindre forcé à fréquences et amplitudes données permet de comprendre l'écoulement en relation avec des vibrations du même cylindre à fréquences et amplitudes identiques. Cela signifie que le découplage partiel de l'interaction ne devrait pas modifier le sillage de tourbillons résultant. Dans le cas de vibrations induites par les tourbillons, rien n'oblige le cycle limite d'oscillations associé à un certain mode de tourbillons dans le sillage d'être sinusoïdal. Le choix de ce type de cycle d'oscillations forcées pour les expériences est le plus pertinent puisqu'il permet d'étudier la réponse à une harmonique précise. En introduisant une terminologie de description du sillage de tourbillons suivant le nombre de paires de tourbillons et le nombre de tourbillons simples lâchés par période d'oscillations du cylindre, l'écoulement en aval du cylindre a pu être cartographié suivant l'amplitude et la fréquence des vibrations induites au cylindre (Figure 2.5). Dans cette terminologie, un tourbillon simple est noté S et une paire de tourbillons est notée P. Les principaux modes de tourbillons observés dans le cas d'écoulements transverses sont 2S, 2P, S, P+S, etc. Selon cette terminologie, l'allée de von Karman en aval d'un cylindre fixe est un mode 2S.

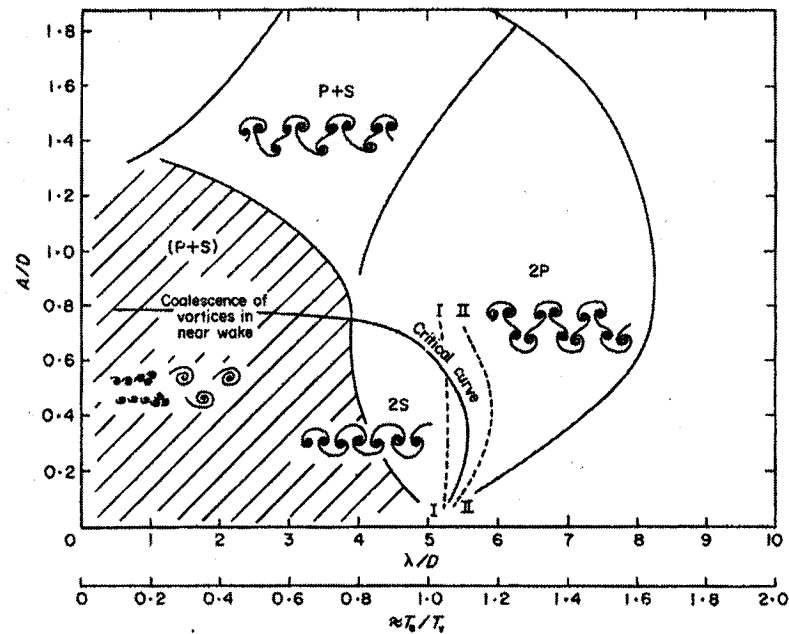


Figure 2.5. Modes de tourbillons en aval du cylindre dans le cas d'oscillations transverses forcées en fonction de l'amplitude et de la fréquence des oscillations (Williamson & Roshko (1988)).

Ces transitions dans les modes de tourbillons de le sillage donnent une explication au phénomène d'hystérésis observé par Feng (1968) dans la réponse en amplitude d'un cylindre monté sur des supports élastiques à la résonance. Brika & Laneville (1993, 1995) ont confirmé, grâce à des visualisations par injection de fumée dans le sillage, la conclusion de Williamson & Roshko (1988) selon laquelle ce phénomène d'hystérésis est dû à une transition entre les modes 2S et 2P. Le saut de  $\pi$  du déphasage entre le mouvement du cylindre et la force à la résonance est aussi dû à la transition entre ces deux modes de tourbillons qui ont une dynamique de formation des tourbillons différente.

En ce qui concerne les oscillations forcées longitudinales, Griffin & Ramberg (1976) ont effectué des tests expérimentaux pour un nombre de Reynolds de 190, c'est-à-dire en régime laminaire. Il s'agissait d'oscillations à une fréquence double de la fréquence du sillage de tourbillons dans le cas du cylindre fixe. Les modes de

tourbillons 2S, S et P+S ont été observés, le mode P+S est décrit comme un artefact obtenu à cause d'amplitudes d'oscillations du cylindre trop grandes pour permettre la formation des autres modes cités. Ainsi, Griffin & Ramberg (1976) ont répertorié les modes par ordre croissant d'amplitude d'oscillation : 2S, S et P+S.

Ongoren & Rockwell (1988a) ont observé le sillage en aval d'un cylindre à section circulaire carrée ou triangulaire dans le cas d'oscillations forcées transverses et pour un nombre de Reynolds compris entre 584 et 1300. Ils ont proposé un mécanisme d'interaction entre les tourbillons expliquant leur coalescence et le retour à un sillage de type Von Karman plus en aval du cylindre. Par la suite, ils ont mis en évidence une compétition entre différents modes de tourbillons dans le sillage en observant l'effet de la direction des oscillations forcées par rapport au sens de l'écoulement (Ongoren & Rockwell (1988b)). Dans le cas d'oscillations forcées longitudinales, une compétition entre modes symétriques et antisymétriques a été mise en évidence. Un mode de tourbillons (ou un sillage) symétrique est invariant par réflexion selon l'axe longitudinal passant par le centre du cylindre, alors qu'un mode de tourbillons antisymétrique est un mode ne possédant pas cette symétrie (Ongoren & Rockwell (1988b)). Suivant la fréquence d'excitation, plusieurs régimes ont été observés : un sillage symétrique, symétrique et antisymétrique par intermittence, symétrique puis antisymétrique par déplacement vers l'aval, et totalement antisymétrique. Le mode symétrique est induit par une composante longitudinale du mouvement (oscillations non transverses). Le mode antisymétrique est la conséquence à la fois de la composante transverse des oscillations et de l'influence du sillage lointain ayant recouvert un mode de tourbillons de type allée de Von Karman.

L'influence de la fréquence et de l'amplitude des oscillations sur le mode préféré a été mise en évidence. Ces résultats soulignent une interaction modale dans le sillage du cylindre entre un mode issu du forçage et un mode antisymétrique intrinsèque au sillage, résultat de la déstabilisation globale de l'écoulement en aval du cylindre fixe dont résulte l'allée de Von Karman.

## 2.5 Simulation numérique de l'écoulement autour d'un cylindre

Des études numériques concernant le forçage de l'écoulement ont été reportées dans la littérature (par Sarpkaya (2004); Williamson & Govardhan (2004)). Parmi celles-ci, on notera principalement les travaux de Baek et al. (2001), Blackburn & Henderson (1999) et Lu & Dalton (1996) en rapport avec le but de la présente étude. Selon Sarpkaya (2004), la simulation numérique de l'écoulement en aval d'un cylindre soumis à des interactions avec les tourbillons dans le cas de faibles nombres de Reynolds fait face à différents problèmes de mécanique des fluides. Ces problèmes sont la séparation de l'écoulement, les interactions entre les couches de cisaillement et la longueur de cohérence le long de la structure qui dépend d'un mécanisme non expliqué actuellement de couplage entre le sillage et la structure. La description des études citées ci-dessus et de leurs principaux résultats obtenus met en évidence l'étendue des résultats précédemment obtenus suivant les méthodes utilisées ainsi que leurs limites.

Baek et al. (2001) ont étudié la réponse du sillage en aval d'un cylindre soumis à des rotations harmoniques forcées pour un nombre de Reynolds de 106. L'écoulement bidimensionnel a été résolu en simulation numérique directe par la méthode des différences finies. Un accrochage dans le cas d'une excitation super-harmonique (3/1) a été mis en évidence, ainsi qu'un changement du déphasage de la portance par rapport à la rotation du cylindre au passage de la synchronisation, comme dans le cas de l'accrochage simple (1/1). Les modes de formation des tourbillons ont été observés par les contours de vorticité.

Lu & Dalton (1996) ont simulé en deux dimensions l'écoulement à l'accrochage dans le cas d'un cylindre soumis à des oscillations sinusoïdales transverses forcées. Les équations de Navier Stokes ont été résolues dans le référentiel du cylindre, pour des nombres de Reynolds de 185, 500 et 1000. Le champ de vorticité a été analysé et il a été mis en évidence que le saut du déphasage de la portance par rapport à la position du cylindre était dû à un changement dans le mécanisme de formation des tourbillons.

Blackburn & Henderson (1999) ont simulé l'écoulement bidimensionnel en aval d'un cylindre soumis à des oscillations transverses forcées en résolvant les équations de Navier Stokes par la méthode spectrale. Le nombre de Reynolds de l'écoulement simulé était de 500 et les amplitudes d'oscillations de  $0.25D$ . Les modes de formation des tourbillons et la dynamique de la force du fluide agissant sur le cylindre ont été examinés. Le saut de déphasage à l'accrochage et plusieurs bifurcations dans les modes de tourbillons ont été observés. Des modes périodiques tels que 2S, P+S et 2P+2S, et des sillages quasi-harmoniques ou chaotiques ont été répertoriés.

Le mode 2P+2S trouvé par Blackburn & Henderson (1999) n'a été trouvé que lors de ces travaux, et les résultats de simulation numérique ne coïncident pas complètement avec les travaux expérimentaux. Il n'empêche que l'augmentation de la longueur de corrélation le long du cylindre avec les amplitudes d'oscillations, le caractère bidimensionnel des modes de tourbillons observés expérimentalement et le « coût » d'un calcul tridimensionnel justifient le choix d'une simulation en 2D. De plus, les différents résultats d'interaction tourbillons-structures observés lors des simulations numériques confirment la pertinence du choix d'une simulation bidimensionnelle pour analyser la dynamique de l'écoulement en aval d'un cylindre soumis à des excitations forcées. On note aussi que la turbulence n'a pas été modélisée lors de ces travaux étant donné les relativement faibles nombres de Reynolds. La résolution des équations de Navier Stokes est effectuée par simulation numérique sans l'utilisation d'un modèle de turbulence.

## 2.6 Méthodes d'analyse de l'écoulement aval

Afin de comprendre les effets des perturbations contrôlées sur l'écoulement en aval du cylindre, différentes méthodes d'analyse sont utilisées. Tout d'abord, l'observation de l'écoulement, que ce soit par injection de particules dans le cas d'expériences ou à travers les lignes de courant et le champ de vorticité dans le cas de simulations numériques, est primordiale si l'on veut identifier le mode de tourbillons résultant. En

parallèle, l'analyse, notamment par décomposition fréquentielle, des forces induites par l'écoulement sur le cylindre et de la fluctuation du champ des vitesses en aval du cylindre donne des informations concernant la dynamique du sillage. Pour une analyse plus poussée de l'effet des perturbations sur les allées de Von Karman, des méthodes d'analyse plus complexes ont été utilisées que ce soit dans le cas de perturbations forcées ou dans le champ plus large de la mécanique des fluides. On retient la méthode de décomposition symétrique mise en place par Marasli et al. (1989) et utilisée par Williams et al. (1992).

Williams et al. (1992) ont étudié la réponse et les propriétés symétriques du sillage en aval d'un cylindre soumis à des pulsations de pression symétriques ou antisymétriques introduites directement dans la couche limite. Pour cela, ils ont utilisé une méthode de décomposition symétrique du profil de vitesse enregistré à une certaine distance en aval du cylindre. Après avoir décomposé en fréquences le profil de vitesse, la composante du profil de vitesse associée à chaque fréquence principale a été caractérisée par le rapport entre l'énergie contenue par la partie paire et l'énergie contenue par la partie impaire de la composante du profil associé à la fréquence donnée. De cette manière, les auteurs ont pu mettre en évidence les principaux modes selon le type d'excitation (fréquence et symétrie) et expliquer la réponse de l'écoulement résultant.

La méthode de décomposition orthogonale propre, aussi appelée méthode de décomposition par valeurs singulières, permet d'extraire un nombre réduit de structures spatio-temporelles orthogonales, ceci dans le but de capturer un maximum de l'énergie du système dans cette réduction modale. Ce type d'analyse est entre autres utilisé dans le domaine de la mécanique des fluides. Elle a permis dans un premier temps d'étudier le phénomène de turbulence (Holmes et al. (1996)) mais aussi d'extraire des modes spatio-temporels de la force appliquée par un écoulement sur un corps non profilé (Hémon & Santi (2003) et Tamura & Suganuma (1999)). La méthode POD utilisée dans la présente étude est présentée plus en détail au chapitre VI. Un organigramme de la méthodologie à appliquer est placé en annexe A.

## 2.7 Analyse théorique d'un sillage forcé

Une description de l'interaction modale dans le sillage en aval d'un cylindre soumis à des oscillations forcées symétriques a été développée par Mureithi et al. (2002). Il s'agit d'une analyse effectuée à l'aide de la théorie des bifurcations équivariantes par rapport aux symétries. L'écoulement est décrit en tant que somme de modes en interaction, équation (2.3). Cette interaction a lieu entre un mode spatio-temporel,  $K$ , qui représente l'allée de von Karman et un deuxième mode spatio-temporel,  $S$ , qui représente l'autre solution théorique de la déstabilisation du sillage sous la forme d'une allée de tourbillons. C'est ce second mode symétrique que l'on suppose forcé par les oscillations symétriques du cylindre. On exprime tout d'abord le champ des vitesses fluctuantes comme la somme de ces deux modes :

$$U(x, y, t) = S(t)\Psi_S(y)e^{i(\lambda_S x + \omega_S t)} + K(t)\Psi_K(y)e^{i(\lambda_K x + \omega_K t)} + \text{complexe conjugué} \quad (2.3)$$

En effectuant une réduction de Poincaré de l'écoulement à la fréquence de lâcher des tourbillons en aval du cylindre fixe, et sachant que chaque mode possède ses propres symétries spatio-temporelles, il est possible de déterminer quelle forme doit avoir l'équation décrivant l'évolution de l'amplitude des modes entre chaque période. En effet, les propriétés symétriques de chaque mode restreignent la forme des monômes qui composent les équations d'amplitudes décrivant l'interaction modale. Ces équations s'expriment sous forme polynomiale. Il est ainsi possible de déduire des équations d'amplitude décrivant l'interaction modale dans le sillage sans avoir utiliser les équations de Navier-Stokes qui régissent l'écoulement.

Dans le cas où le forçage de l'écoulement est effectué à une fréquence égale à celle de l'allée de von Karman, l'analyse de l'interaction à l'aide du groupe des symétries permet d'obtenir les équations d'amplitude des modes  $K$  et  $S$ . Le mode  $K$  possède la symétrie  $Z_2(\kappa, \pi)$ , ce qui signifie qu'il est invariant par composée d'une réflexion et d'une translation d'une demi période de lâcher des tourbillons. Le mode  $S$  possède la symétrie  $D_2(\kappa, \pi)$ , ce qui signifie qu'il est invariant par une réflexion et



aussi par translation d'une demi période de lâcher des tourbillons. Les propriétés symétriques de chaque mode restreignent la forme générale des équations d'amplitude, montrées dans les équations (2.4) où  $p, q, r$  et  $s$  sont des fonctions polynomiales formées à partir de la famille génératrice précisée entre parenthèse.

$$\begin{aligned} K_{n+1} &= r(|S_n|^2, |K_n|^2, S_n^2 \bar{K}_n^2, \bar{S}_n^2 K_n^2) K_n + s(|S_n|^2, |K_n|^2, S_n^2 \bar{K}_n^2, \bar{S}_n^2 K_n^2) S_n^2 \bar{K}_n \\ S_{n+1} &= p(|S_n|^2, |K_n|^2, S_n^2 \bar{K}_n^2, \bar{S}_n^2 K_n^2) S_n + q(|S_n|^2, |K_n|^2, S_n^2 \bar{K}_n^2, \bar{S}_n^2 K_n^2) \bar{S}_n K_n^2 \end{aligned} \quad (2.4)$$

On peut aussi exprimer ces équations en se limitant, par exemple, au 3<sup>ème</sup> ordre (équation (2.5)).

$$\begin{aligned} K_{n+1} &= (1 + \alpha_0 + \gamma_{11} |S_n|^2 + \alpha_2 |K_n|^2) K_n + \delta_{01} S_n^2 \bar{K}_n + O(5) \\ S_{n+1} &= (1 + \beta_0 + \beta_2 |S_n|^2 + \gamma_{21} |K_n|^2) S_n + \mu_{01} \bar{S}_n K_n^2 + O(5) \end{aligned} \quad (2.5)$$

Ces équations décrivent l'effet du forçage sur l'allée de von Karman. L'hypothèse de stabilité de chacun des modes à l'absence de forçage, implique les conditions suivantes sur certains coefficients de l'équation (2.5) :

$$\alpha_0 > 0; \alpha_2 < 0; \beta_0 > 0; \beta_2 < 0; \quad (2.6)$$

Déterminer les constantes des équations d'amplitude permettrait d'analyser l'effet du mode  $S$  sur le sillage et notamment la possibilité de bifurcations dans l'écoulement dues au forçage, telles qu'un doublement de période ou une rupture de symétrie par réflexion-translation.

**CHAPITRE III ARTICLE:**  
**NUMERICAL INVESTIGATION OF TWO DIMENSIONAL**  
**FLOW**  
**PAST A CYLINDER**  
**SUBJECTED TO STREAMWISE HARMONIC FORCING**

Soumis à *Journal of Fluids and Structures* le 29 mars 2006.

**3.1 Titre du manuscrit**

Numerical investigation of two dimensional flow past a cylinder subjected to streamwise harmonic forcing

**3.2 Auteur et co-auteur**

Mathieu Rodriguez et Njuki.W. Mureithi

**3.3 Abstract**

The vortex wake flow dynamics downstream of a cylinder undergoing streamwise harmonic ( $f_e/f_s = 1$ ) forced oscillations has been investigated numerically using a CFD code for  $Re = 1000$ . The steady-state of the wake flow has been analysed considering the amplitude of oscillation as a perturbation parameter. The resulting dynamics of fluid forces on the cylinder has been linked to the different vortex wakes observed downstream the cylinder. Forced oscillations lead to periodic, quasi-periodic and chaotic responses depending the amplitude of oscillation of the cylinder. Different vortex wake patterns or modes (including  $2S$ ,  $P+S$  and  $S$  modes) have also been identified and described. Symmetry related bifurcations both in the fluid force dynamics and in the vortex wake patterns were identified. A key role of spatio-temporal symmetry in the interaction between the wake flow and the oscillating cylinder has been elucidated by a Proper Orthogonal Decomposition (POD) of the

wake velocity field. Symmetric and antisymmetric spatio-temporal modes were identified and bifurcations in the wake flow were explained in terms of mode interaction in the wake.

### 3.4 Keywords

Cylinder wake, vortex shedding, POD, spatio-temporal symmetry, bifurcations, computational fluid dynamics.

### 3.5 Introduction

The flow past a cylinder has interested researchers for many decades as much for the simplicity of its geometry as the complexity of the flow regimes and dynamical phenomena occurring depending on the system parameters. A fixed cylinder subjected to an incident uniform flow shows several flow regimes depending on the Reynolds number. For  $Re$  below around 49, a pair of two symmetrically located vortices comprises a steady recirculation region in the wake whose length grows as the Reynolds number increases. This wake configuration destabilizes via a Hopf bifurcation, as the Reynolds number increases, into the laminar vortex shedding regime of alternately shed vortices from both sides downstream of the cylinder. Furthermore a three dimensional transition of the two dimensional wake occurs close to  $Re = 200$  and as the Reynolds number increases, turbulence effects become stronger and non negligible in the wake behaviour.

The unsteady regime in the wake of the cylinder induces pressure fluctuations, due to vortex shedding, around the cylinder from which result fluctuating lift and drag forces. This leads to vortex induced vibration (VIV) which can affect various engineering structures, such as chimney stacks, risers, instrumentation for flow measurements, offshore structures, etc., subjected to transverse flow. The resulting complex interaction has been investigated experimentally in the case of, for example, an elastically mounted cylinder. Feng (1968) measured the response of an elastically mounted cylinder to an incident flow from which he plots the well-known hysteretic response amplitude of the cylinder. To explain the hysteresis phenomenon, smoke

visualisations, from Brika & Laneville (1993, 1995), show evidence that the initial branch of the hysteretic response corresponds to the  $2S$  vortex wake mode (following the classification introduced in Williamson & Roshko (1988) which is detailed below) while the  $2P$  mode corresponds to the lower branch. Their finding demonstrated the importance of identifying the vortex configuration in the wake.

In order to better understand the fluid-structure interaction between the cylinder motion and its wake, many researchers carried out experimental tests using a cylinder undergoing forced sinusoidal oscillations in a free stream. Williamson and Roshko (1988) compiled a map of vortex wake modes as a function of amplitude and frequency of oscillations. They also introduced a terminology in which vortex wake modes are described in terms of the number of single vortices ( $S$ ) and pairs of vortices ( $P$ ) shed in every cycle of oscillation. Identified patterns include  $2S$ ,  $2P$  and  $P+S$ . Also imposing forced oscillations, Ongören & Rockwell (1988) found synchronisation of the wake structure to the cylinder motion. They also showed evidence of a half-period phase shift of the shed vortices relative to the cylinder displacement near or close to a harmonic excitation. Studying the flow structure downstream of the cylinder varying the direction and the frequency of forced oscillations, symmetrical and antisymmetrical vortex formations were found to occur as well as mode synchronisation to the structure motion. Vortex mode competition was also reported by the authors. In the case of forced streamwise oscillations between 1.74 and 2.20 times the Strouhal frequency, Griffin & Ramberg (1976) found  $2S$ ,  $S$  and  $P+S$  modes in the laminar regime ( $Re = 190$ ) depending on the cylinder oscillation amplitude.

Lu and Dalton (1996) studied numerically the effects of transverse forced oscillations of a cylinder using a finite difference method to solve the two dimensional Navier-Stokes equations. They numerically reproduced the vortex shedding phase switch at the lock-in frequency. Blackburn and Henderson (2001) simulated the two dimensional flow past a cylinder undergoing forced transverse oscillations to explain the mechanisms responsible for the phase shift in the vortex shedding around the Karman vortex shedding frequency. They observed  $2S$  and  $P+S$  modes but not the  $2P$

mode. Another antisymmetric mode was observed which can be referred to as  $2P+4S$ . The authors also determined the sign of the energy transfer between the fluid and the structure as a function of the characteristics of the forced oscillations. These numerical studies showed the possibility of studying the wake flow when it is coupled with a massless, undamped and rigidly oscillating cylinder.

Interaction between the cylinder motion and the wake is a complex feedback phenomenon in which the symmetry relationship between the wake and the cylinder motion in terms of combined reflection and translation-periodicity seems to play a key role. Depending of the frequency of oscillation (harmonic, sub-harmonic or super-harmonic forcing) and the direction of forced oscillation (streamwise or transverse) the symmetry relationship between the unforced Von Karman wake and the imposed forced oscillations can induced various bifurcations. Ongören & Rockwell (1988) experimentally observed the effect of the frequency and the direction of forced oscillation on the vortex wake structure. Mureithi et al. (2004) theoretically derived the approximate mode amplitude interaction equations between the wake and the cylinder oscillations using symmetry equivariant bifurcation theory. Changes in the wake symmetry induced by increased forcing such as period doubling or symmetry breaking in the cylinder's wake in the case of streamwise harmonic forcing were predicted.

Using numerical simulation as a key tool to easily investigate the dynamics of the wake under streamwise harmonic forcing at a frequency ratio equal to unity and  $Re = 1000$ , the two dimensional flow is analysed in terms of vortex wake modes, identified with the vorticity field, depending on the amplitude of oscillations. Lift and drag force time evolutions are also analysed in terms of periodicity, symmetry and lock-in with the cylinder motion. Supposing mode interaction in the wake, the flow is analysed using Proper Orthogonal Decomposition (POD) in order to extract the main spatio-temporal modes in the wake flow to explain the effect of the controlled forcing on the wake flow structure and explain the resulting vortex wake modes.

### 3.6 Computational methods

The two-dimensional unsteady incompressible Navier Stokes equations were solved using a finite volume method with second order accuracy in both time and space. The commercial code Fluent was used. The cell-centered pressure based method uses the PISO algorithm while the pressure interpolation scheme is PRESTO! . The equations were discretized with a second order implicit scheme for temporal integration and a second order upwind scheme for the convection terms. The diffusion term was discretized with a second-order-accurate central-differencing scheme.

For the present study, the Navier-Stokes equations were solved in the oscillating cylinder reference frame. Avoiding a moving mesh maintains the shape of the mesh constant over time and eliminates the additional time needed to compute the mesh deformation. Consequently, the domain has time-dependent boundary conditions and a source term in the flow corresponding to the inertia term due to the non Galilean reference frame of the cylinder. Equations (3.1) show, respectively, the boundary conditions of the inflow and streamwise boundaries, the outflow boundary condition and the source term in the fluid with  $A$ , being the amplitude of oscillation and  $\omega$ , the frequency of oscillation of the cylinder.

$$\begin{cases} u = U - A\omega \cos \omega t \text{ and } v = 0 \text{ and } P = P_{atmo} \\ u, \text{ free and } v, \text{ free and } \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \\ \text{Source term} = \rho A \omega^2 \sin \omega t \vec{e}_x \end{cases} \quad (3.1)$$

The lateral sides are defined with the same boundary condition as the inflow boundary which is the condition of a flow velocity field undisturbed by the cylinder. The imposed condition on the outflow boundary is a null pressure gradient. It was verified that the boundary is far enough away from the cylinder to not disturb the vortex wake a few diameters downstream of the cylinder.

The computational domain (Figure 3.1) is a rectangular domain with an inflow boundary 15 diameters upstream from the cylinder. The lateral boundaries are 20 diameters away from the cylinder while the outflow boundary is 40 diameters downstream. It was verified that the inflow and lateral boundaries were far enough from the cylinder to avoid influencing the flow past the fixed cylinder and on the pressure gradient developed upstream from the cylinder.

A structured mesh (Figure 3.2) was used in the simulations. Its spatial convergence was verified in the test case of the fixed cylinder. Results are presented in section 3.6.1 below. Sufficient accuracy with this mesh has been verified by comparing to a more refined mesh. The resulting mesh has the following characteristics: 260 000 elements (corresponding to 125 000 nodes and 135 000 cells). Special care was required in the meshing of the flow boundary layer on the cylinder which is excited by the oscillating cylinder.

The time step ( $\Delta t_{Re=1000}$ ) has been chosen to capture the dynamics of the wake. It is equal to one hundredth of the assumed vortex shedding period at  $Re = 1000$  (the Strouhal number,  $S_t$ , should be close to  $S_t \approx 0.20$ ). At  $Re=100$ ,  $\Delta t_{Re=100} = \Delta t_{Re=1000} / 10$  even though in this case  $S_t \approx 0.16$ . Thus a smaller time step than  $1/100 f_{vortex}$  is used in the case of  $Re = 100$ . As our simulations are limited to forced oscillations at a frequency equal to the frequency of the vortex shedding, these time steps are sufficiently small compared to the characteristic time of the cylinder motion. Temporal convergence is discussed in the next section where the fixed cylinder test case is presented.

### 3.6.1 Convergence tests

Simulations of the flow past a fixed cylinder at  $Re = 100$  and  $Re = 1000$  were carried out as test cases of the numerical model to verify spatial and temporal convergence. Verification of convergence is done by comparing the mean and r.m.s values of the lift and the drag forces. The Strouhal number is also checked. For each Reynolds number considered, three time step sizes are compared. Results found with  $\Delta t_{Re=100}$

and  $\Delta t_{Re=1000}$  are compared with simulations carried out with double and half the time step considered. The results are summarized in Table 3.1. Tests of temporal convergence show that the Strouhal number is quite insensitive to the chosen time step. At  $Re = 100$ , changes in the time step result in a variation of the drag force of less than 0.07%. The variation is less than 0.3% for the lift force r.m.s value. At  $Re = 1000$ , changes in the time step result in a variation of the drag force of less than 0.7% comparing results for  $\Delta t_{Re=1000}$  and results for  $\Delta t_{Re=1000} / 2$  but close to 2.5% comparing results for  $\Delta t_{Re=1000}$  and results for  $2 \times \Delta t_{Re=1000}$ . The variation is less than 1% for the lift force comparing results for  $\Delta t_{Re=1000}$  and results for  $\Delta t_{Re=1000} / 2$  but close to 3% comparing results for  $\Delta t_{Re=1000}$  and results for  $2 \times \Delta t_{Re=1000}$ . With regard to the small variation between  $\Delta t_{Re} / 2$  and  $\Delta t_{Re}$  for the two Reynolds numbers of interest, tests of temporal convergence validate the chosen time steps.

Tableau 3.1. Comparison of lift, drag and Strouhal number for different time steps.

Time step	Re = 100			Re = 1000		
	$\Delta t_{Re=100} / 2$	$\Delta t_{Re=100}$	$2 \times \Delta t_{Re=100}$	$\Delta t_{Re=1000} / 2$	$\Delta t_{Re=1000}$	$2 \times \Delta t_{Re=1000}$
<b>Drag <math>C_D</math></b>						
r.m.s	1.1983	1.1975	1.1965	1.3538	1.3450	1.3108
Mean	1.1983	1.1975	1.1965	1.3465	1.3378	1.3173
<b>Lift <math>C_L</math></b>						
r.m.s	0.1809	0.1775	0.1720	0.9052	0.8964	0.8695
St	0.1648	0.1648	0.1647	0.2392	0.2392	0.2391

To verify spatial convergence, the computation domain has been meshed with double the resolution in both  $-x$  and  $-y$  directions. The simulation of the flow past the fixed cylinder at  $Re = 1000$  has been used as a test case to compare the results for the two meshes in order to verify the spatial convergence of the first mesh. The variation of the Strouhal number is close to 1%. With regards to the Strouhal number sensity to the spatial resolution of the mesh, the computational time required for forced oscillations and the accuracy of the results, as shown below, the mesh resolution is validated.



### 3.6.2 Accuracy of the results

The accuracy of the results is verified by comparing the drag coefficient,  $C_D$ , the lift coefficient,  $C_L$  and the Strouhal number,  $S_t$ , obtained in our simulations for the fixed cylinder at  $Re = 100$  and  $Re = 1000$  with other experimental and two dimensional numerical simulation data. Many two dimensional numerical studies have been done with different kinds of resolution of the incompressible Navier-Stokes equations. Ku (1997) solved this problem for  $Re = 100$  and  $1000$  using a pseudo spectral element method. Qian and Vezza (2001) solved the problem at  $Re = 100$  with a vorticity based method. Finally Chen et al. (2005) used a two-dimensional finite volume solver. Williamson (1996) measured the Strouhal number at  $Re=100$  while Roshko (1954) performed experiments at  $Re=1000$  in which he measured the drag coefficient in addition to the Strouhal number. Results are regrouped in Table 3.2. For  $Re = 100$ , our Strouhal number is close to Williamson's (1996) value. At this Reynolds number, the two dimensional von Karman wake is reproduced by the two dimensional solver with reasonable accuracy when comparison is made to other numerical simulations. In the case of  $Re = 1000$ , when turbulence becomes significant and the wake is three dimensional, results give a Strouhal number close to other two dimensional numerical values, slightly higher than experimental data. The drag is over-estimated in our simulations as much as in other numerical solutions. This can be explained by the absence of turbulence modelling in the simulations. Turbulence has the effect of increasing the momentum diffusion thus resulting in a reduction of the drag force. The lift coefficients found in the present simulations are close to the results of previous simulations by others.

Tableau 3.2. Present results compared to other computational and experimental data.

	Re = 100	Re = 1000
Present results	$C_L$ (r.m.s) = 0.1775 $C_D$ (mean) = 1.1975 St = 0.16	$C_L$ (r.m.s) = 0.8964 $C_D$ (mean) = 1.3378 St = 0.24
<b>Experimental results</b>		
Roshko (1954)		$C_D$ = 1.2 St = 0.21
Williamson (1996)	St = 0.166	
<b>Computational results</b>		
Ku (1997)	$C_L = \pm 0.228$ $C_D = 1.33 \sim 1.358$ St = 0.17	$C_L = \pm 1.242$ $C_D = 1.187 \sim 1.651$ St = 0.23
Qian and Vezza (2001)		$C_L = 1.52$ St = 0.24
Chen et al. (2005)	$C_L = \pm 0.314$ $C_D = 1.325 \pm 0.008$ St = 0.17	$C_L = \pm 1.378$ $C_D = 1.489 \pm 0.198$ St = 0.24

Figure 3.3 shows the time evolution of the lift and drag coefficients at  $Re=1000$ . The transient behaviour of the flow before the establishment of the periodic vortex shedding is clearly distinguished. A steady state is then reached where vortices are shed alternately from each side of the cylinder resulting in the harmonic evolution of the lift, with  $S = f_{lift} D/U = 0.239$ . The drag force also oscillates about its mean value at twice the vortex shedding frequency,  $f_{drag} D/U = 0.473$  which is consistent with its insensitivity to the side of the shed vortex unlike the lift force. Frequency decomposition of the lift and drag forces has been applied on time traces 5000 time steps long giving dimensionless frequency decomposition with a precision of  $\Delta f D/U = 5.3 \times 10^{-3}$  on a bandwidth  $L_f$  equal to  $L_f D/U = 13.3$ . Figure 3.4 shows the frequency decompositions of the lift and the drag forces from the steady-state flow.

The alternately shed vortices form downstream of the cylinder the so-called von Karman wake. A few diameters downstream, a wake rearrangement is observed, as seen in Figure 3.5. This spatial destabilization is in agreement with flow visualisation photographs in Van Dyke (1982).

### 3.7 Simulation results

Flow past a cylinder subjected to forced oscillations at a frequency equal to the fixed cylinder vortex shedding frequency ( $V_r = U/f_n D = 5$ ) was simulated. The flow past the fixed cylinder provided the initial conditions. Simulations were carried out for 10000 time steps. After verifying that the steady-state flow had been reached at less than 5000 time steps, the last 5000 time steps were used to analyse the resulting steady-state flow. Using the amplitude of oscillation as a perturbation parameter of the wake flow, the evolution of the cylinder wake flow structure and the resulting fluid forces are described to explain the coupling mechanism between the cylinder motion and the flow. Results presented here are for forced oscillations up to  $A/D$  equal to 0.4. The maximum amplitude simulated here was chosen to be of the same order as the maximum that in-line vortex-induced vibration can induced.

#### 3.7.1 Lift frequency effect

For each simulation, the steady state lift force is analysed in terms of dominant frequencies in the frequency spectrum (Figure 3.6(a)) and evolution of the r.m.s lift force as a function of the amplitude of oscillation (Figure 3.6(b)). The main result obtained from this analysis is that the response of the flow to perturbation leads to a period doubling of the fluid force which occurs at  $A/D$  equal to 0.15. The Strouhal number in the forced wake decreases in a parabolic type curve. Once a value of half the non-perturbed Strouhal number is reached, it remains constant up to  $A/D$  equal to 0.4. The acceleration of the cylinder is a streamwise perturbation whose effects on the lift coefficient are strong. A period doubling of the lift force is clearly identified while the r.m.s lift force is also enhanced. Further insight into the effects of the perturbation is gained through an analysis of the dynamics of the fluid force acting on the cylinder presented next.

### 3.7.2 Fluid force dynamics

The fluid force acting on the cylinder undergoes a series of transitions as the cylinder amplitude of oscillation is increased. The sinusoidal acceleration of the cylinder controls the boundary layer and the dynamics of its successive separations and reattachments. The cylinder acceleration is an increasing function of the amplitude, so increasing the amplitude of oscillations consequently affects the roll up of the shear layers. In order to explain the effect of the cylinder oscillations, the steady state dynamics of the fluid forces acting on the cylinder are presented here. The time evolution of the lift and drag coefficients as well as the corresponding frequency decomposition reveals the time-periodicity of the dynamics. Three dimensional graphics, representing the evolution of the fluid force as a function of the cylinder position, give the “trajectory” of the fluid force and show its reproducibility as well as possible lock-on to the cylinder oscillations. The evolution of the drag and the lift forces as functions of the cylinder position shows the lock-on of the fluid forces to the cylinder motion and the influence of its acceleration on the fluid force dynamics. In the case of complex fluid force behaviour, a Poincaré map reduction of the drag and lift force evolutions with cylinder motion periodicity reveals the possible quasi-periodicity of the fluid forces or confirms chaotic behaviour. The cylinder oscillations have been simulated for amplitude ratios ( $A/D$ ) from 0 to 0.4. Ranges of similar behaviour of the fluid force were identified and are described here.

For  $0.025 < A/D < 0.075$ , a beating phenomenon appears in the drag time evolution; the effect of a second small frequency can also be observed in the lift coefficient. Results are shown Figure 3.7 for  $A/D=0.05$ . The existence of the second frequency is confirmed by the frequency decomposition of the lift coefficient time evolution (Figure 3.7(c)). Representing the fluid force evolution as a function of the cylinder motion (Figure 3.8) shows a complex trajectory where no repeated (periodic) paths were identified. Its projections on the planes  $(x, C_D)$ ,  $(x, C_L)$  and  $(C_D, C_L)$  do not simplify the force dynamics. Applying a Poincaré reduction of the drag and lift force time evolutions at  $x = 0$  and  $\dot{x} > 0$  (Figure 3.9) shows clearly the quasi-periodicity of

the fluid force as a close curved is identified in the Poincaré map. As the amplitude of cylinder oscillation is increased, the beating phenomenon in the drag force is enhanced. The quasi periodicity effect evolves in such a way that the main frequency is a decreasing function of the amplitude of oscillations. A transition in the fluid force dynamics appears for  $A/D$  above 0.075. Nishihira et al. (2005) measured fluid forces acting on a cylinder under forced oscillations for several reduced velocities ( $V_r = 1.0 - 6.0$ ) and  $A/D = 0.05$  at  $Re = 3.4 \times 10^4$ . At  $V_r = 5.0$ , a beating phenomenon was observed in the lift force time evolution, but at this Reynolds number, the r.m.s lift force is small (in experiments  $C_L(r.m.s) = 0.064$  was found) compared with the case of  $Re = 10^3$ . Also present numerical results simulate the case of a massless, undamped and rigidly oscillating cylinder. Thus instead of the common beating phenomenon, differences in the results are comprehensible.

A second state was identified for  $0.1 < A/D < 0.125$ . Results shown in Figure 3.10 are for 0.125. The time evolution of the lift and drag coefficients and lift force frequency decomposition show a chaotic behaviour of the fluid forces. This is confirmed by the fluid force trajectory along the cylinder path (Figure 3.11). Applying a Poincaré map reduction does not reveal any clear periodicity of the force (not shown). Simulations results give a chaotic response of the flow to the cylinder harmonic excitation. A principal frequency is identified and continues to decrease as the amplitude of oscillation is increased. This chaotic state disappears at  $A/D$  equal to 0.15.

For  $A/D = 0.15$ , a periodic signal is evident in the drag and lift force time evolution (Figure 3.12(a) and (b)). In the three dimensional space, a unique trajectory is traced by the fluid force (Figure 3.13) confirming the periodicity and reproducibility of the fluid force at every cycle of oscillation. Projecting the force in the  $(x, C_L)$  plane (Figure 3.14(a)) shows the symmetry of the lift force which is consecutively positive then negative each cycle. In the  $(x, C_D)$  plane (Figure 3.14(b)), the force follows two distinct trajectories close one to each other but each one traced in a successive cycle of oscillation. At  $A/D$  equal to 0.15, the fluid force stabilises from a chaotic motion to a

periodic one accomplishing a period-doubling of the fluid force dynamics as shown by a peak at  $f_n/2$  in the lift force frequency spectrum (Figure 3.12.(a)).

For  $A/D$  from  $0.175 < A/D < 0.325$ , the flow periodicity is still at half the non perturbed Karman vortex shedding frequency (Figure 3.15.(c)) but the reproducible periodic trajectory in the three dimensional plane is clearly asymmetric (Figure 3.16). Results discussed here are at 0.25. The force destabilizes via symmetry breaking (associated with a pitchfork bifurcation) in such a way that the mean lift force is negative. The  $(x, C_D)$  plane (Figure 3.16) shows two distinct trajectories for the drag force depending on the cycle of oscillation considered.

For  $A/D = 0.35$ , transition in the fluid force leads to a regain of symmetry in wake dynamics. The lift force still has a primary frequency at half the non perturbed vortex shedding frequency (Figure 3.17(e)) but now the force trajectory is symmetric and there is only one curve traced in the  $(x, C_D)$  plane (Figure 3.18). At each consecutive cycle the lift force time evolution is the opposite of the preceding cycle while the drag force time evolution is the same.

For  $A/D$  above 0.15, periodicity in the fluid force dynamics is established. Three ranges are distinguished each one having a proper symmetry. At 0.15, the fluid force shows the effect of period doubling but even if it is close, from one cycle to the next the fluid force trajectory is not exactly symmetric. From 0.175 to 0.3, the period doubling is still present and the symmetry breaking evident. At 0.3, a regain of reflection symmetry in the fluid is reached giving complete period doubling from the non perturbed Karman wake. From a periodic fluid force oscillating at the vortex shedding frequency, so symmetric every half cycle in the case of the fixed cylinder, the fluid force is now oscillating at twice the non perturbed Karman vortex shedding frequency symmetric every cycle of oscillation of the cylinder. As fluid force oscillation is clearly connected to the dynamics of the shear layers and thus vortex shedding, the wake occurring during the previously detailed ranges is next described in terms of vortex dynamics to explain the symmetry transitions in the fluid force dynamics.

### 3.7.3 Vortex wake modes

The wake structure in each of the four distinct ranges where fluid forces exhibit quasi-periodic or a periodic dynamics has been studied. It turns out that each one corresponds to a specific vortex wake mode. Using Williamson and Roshko's (1988) terminology, wake structures are described. The vorticity field in the wake of the forced cylinder is plotted every one eighth of a period of oscillation from  $T/8$  to  $2T$ . Clockwise vortices appear in grey while counterclockwise vortices appear in black. As the amplitude of oscillation is the controlled parameter, changes in the vortex wake are explained with respect to the increasing of the perturbation parameter.

At low forcing amplitudes, when the fluid force trajectory exhibits quasi periodic dynamics, the vortex wake mode, Figure 3.19, is close to the vortex shedding mode of the fixed cylinder (Figure 3.5). The wake has a "2S" configuration slightly perturbed transversely explaining the beating phenomenon exhibited in the fluid force dynamics. This wake mode is in agreement with the wake pattern found for  $A/D = 0.05$  and  $V_r = 5$  in the experiments of Nishihira et al. (2005) who carried out forced in line oscillations of a cylinder at  $Re = 1.7 \times 10^4$ .

For  $A/D$  equal to 0.15, Figure 3.20, the vortex wake mode is close to symmetric with a period double that of the non perturbed vortex shedding. Vorticity fields of the flow in the wake of the cylinder (Figure 3.20(c) to (g)) show that acceleration of the cylinder in the downstream direction induces the formation of a vortex due to the reattachment and the roll up of the upper shear layer just behind the cylinder. After  $x = -A$ , the acceleration of the cylinder in the upstream direction strengthens the vortex which interacts with the lower shear layer on the other side of the cylinder and induces its roll up (Figure 3.20(g) to (k)). A pair of vortices is then shed from the cylinder. As the clockwise vortex is stronger than the counter clockwise one, the result is a dislocation of the second vortex or a coalescence of the pair. While this pair is convected downstream after  $x = A$ , the lower shear layer reattaches after creating the second vortex and is now developing a new recirculation (Figure 3.20(l))

to (m)). A vortex of counter clockwise sense forms, induces a roll up of the upper shear layer in a second vortex (Figure 3.20(o) to (c)), forming a pair which will coalesce in a single vortex. After two cycles of oscillation of the cylinder, the same cycle of vortex formation begins again. Even though the vortex dynamics appear symmetric, vorticity contours show that vortices are stronger in the clockwise sense compared to the corresponding vortex in the upper sense. This explains why the fluid force trajectory is nearly the same for every cycle of cylinder oscillation but not identically repeated. The vortex wake not too far from the cylinder is identified as a “S” mode in Williamson & Roshko’s (1988) terminology. The formation of a pair of vortices every cycle of oscillations of the cylinder thus results in a “S” vortex wake via coalescence of vortices.

Increase of the amplitude of oscillation increases in turn the acceleration of the cylinder which affects the roll up of the shear layers and the formation of vortices. For  $A/D$  between 0.175 and 0.3, results are presented Figure 3.21. For  $A/D$  equal to 0.25, symmetry breaking of the fluid force trajectory and the vortex wake occurs. For this value of  $A/D$ , the wake dynamics may be described as follows. At  $x = A$ , the acceleration of the cylinder induces the reattachment of the upper shear layer and the formation of the clockwise vortex (Figure 3.21(c) to (g)). During the acceleration in the upstream direction, the lower shear layer rolls up into two vortices of counter clockwise sense, one single and a second vortex forming a pair with the clockwise vortex

(Figure 3.21(g) to (k)). After  $x = -A$ , while the cylinder is accelerating in the downstream direction, a vortex is rolling in the lower shear layer and the upper shear layer is rolling too in a vortex a little downstream of the counter clockwise one (Figure 3.21(k) to (o)). During the formation of this second pair, the first one convects downstream while the counter clockwise vortex is dislocated between the two clockwise vortices each one from a different pair. The clockwise vortex has separated from the first pair and now the resulting clockwise vortex of the first pair combines in a pair with the counter clockwise vortex of the first one (Figure 3.21(b) to (e) in the



near wake). A few diameters downstream, the wake has a “ $P+S$ ” configuration; the vortex shedding process leads to a pair of vortices and a single vortex formed in the downstream wake every two cycles of oscillations of the cylinder. The increase of the amplitude of oscillation of the cylinder increases the roll up of the shear layer and induces the formation of more vortices, in an asymmetric vortex shedding process, whose interaction result in an asymmetric “ $P+S$ ” wake. A symmetric perturbation induces a symmetry breaking in the wake flow. Simulations starting from different initial conditions show that the wake can destabilize into one of two asymmetric “ $P+S$ ” configurations without any preference. These configurations are mirror images relative to a reflection symmetry.

Experimental tests of forced in-line oscillations of a cylinder at  $Re = 190$  by Griffin & Ramberg (1974) found a  $P+S$  mode for  $A/D = 0.24$  and a forcing frequency at 1.88 times the Strouhal frequency of the fixed cylinder. They explained the  $P+S$  modes as a consequence of the amplitude of oscillations “reaching a value too great to permit alternating pattern to continue”. Blackburn & Henderson (1999) also found a  $P+S$  mode in their numerical simulations of the flow past a cylinder under forced transverse oscillations at  $Re = 500$ . Transverse oscillations induce a different roll up of the shear layer than in stream-wise vibration. The resulting  $P+S$  mode found in their numerical simulations is the result of the formation of a pair of clockwise vortices in the upper shear layer followed by the formation of a single counter clockwise vortex in the lower shear layer. Moving downstream in the wake, the pair of clockwise vortices separates and the lower vortex combines in a pair with the single counter clockwise vortex giving the resulting  $P+S$  mode for transverse oscillations.

As shown in the fluid force analysis, another transition appears at  $A/D$  equal to 0.35 via a regain of symmetry. Then the trajectory of the fluid force is then symmetric every cycle of cylinder oscillation’s compared with the next. The increase of the amplitude of oscillation results in the formation of a pair and a single vortex every cycle (Figure 3.22(c) to (k) and Figure 3.22(k) to (c)). When the cylinder is

accelerating in the downstream direction (Figure 3.22(c) to (g)), the upper shear layer reattaches to the cylinder and rolls up creating a clockwise vortex while the lower shear layer rolls up in a counter clockwise vortex just downstream the cylinder. When the cylinder accelerates in the upstream direction (Figure 3.22(g) to (k)), the clockwise vortex grows and a second roll up of the lower shear layer appears inducing the formation of a pair of vortices. While accelerating a second time in the downstream direction (Figure 3.22(k) to (o)), the lower shear layer reattaches and rolls up and the upper shear layer rolls up too. In the second acceleration of the cylinder in the upstream direction (Figure 3.22(o) to (c)), a pair convects downstream from the cylinder in the same way as in the first cycle. Just downstream in the wake, each pair and the subsequent single vortex coalesce into a single vortex. The downstream wake configuration is identified as a “S” mode. The vortex wake has the ‘same’ symmetry as the unperturbed von Karman wake but with a spatial wavelength double that of the latter, corresponding to two cycles of oscillations instead of one.

Acceleration of the cylinder in the upstream and the downstream directions is the mechanism responsible of the transition in the vortex shedding and the fluid force trajectory. As increasing the acceleration accelerates the roll up of the shear layers, more vortices are then shed from the cylinder. Focusing on another point of view, the increasing of the amplitude of oscillation corresponds to an increase of the flow perturbation parameter. Thus increasing the symmetric perturbation of the flow (due to stream wise forced oscillations) induces several transitions in the flow structure as shown by the different resulting vortex wake modes but also in the fluid force trajectory and the resulting forced Strouhal number. Symmetry breaking of the vortex shedding and period-doubling of the wake flow structure are also observed. Ongoren & Rockwell (1988) classified wake patterns found in their experiments into symmetric modes of vortex shedding, asymmetric modes and competition of two modes. Supposing a competition of modes having different symmetries in vortex wake flow, a POD decomposition of the velocity profile was conducted to extract the principal

spatio-temporal structures in the flow in order to explain the symmetry based competition and its resulting wake. The results are presented next.

### 3.8 Proper orthogonal decomposition

Proper Orthogonal Decomposition (POD) is also known as Singular Value Decomposition. As presented in Hémon and Santi (2003), POD is a method to extract a reduced number of typical mode shapes associated with their time evolution in the way these orthogonal functions will capture the maximum of energy contained in the flow field. In fluid mechanics, this method has been used in wind engineering to extract a reduced order pressure distribution and velocity fields around a structure, as shown in Hémon and Santi. It is also used to extract coherent structure in turbulent flows as done by Zhou and Hitt (2004) on results from a numerical simulation of a transient buoyant jet.

In the present study, analysed data are the x-direction fluctuating velocity  $u'$ , see equation (3.2), on 141 points located on a line ten diameters downstream from the cylinder recorded during 500 times steps, sampled every ten time steps of the steady-state flow. Applying POD on the data will extract orthogonal velocity profiles and the associated time history on which a frequency analysis is applied. Equation (3.3) shows the orthogonal decomposition of the x-velocity fluctuation. The x-velocity fluctuation is decomposed into 141 modes. Each mode is the product of a spatial function  $\Psi_k(y)$ , called the *topos*, and a temporal one  $a_k(t)$ , called the *chronos*.

$$u'(y, t) = u(y, t) - \langle u(y, t) \rangle \quad (3.2)$$

$$u'(y, t) = \sum_{k=1}^{141} a_k(t) \psi_k(y) \quad (3.3)$$

This method has been applied to every simulated case at  $Re = 1000$  for a fixed and oscillating cylinder in order to obtain a “modal” decomposition of the velocity profile. Considering the data from one simulation stored in a matrix  $A$  (500,141), a singular value decomposition of  $A$  is applied, see equation (3.4).  $\Sigma$  is a diagonal matrix whose coefficients are the singular values of  $A$ . Setting  $U\Sigma = Q$ , we get

equation (3.5) where  $a_k(t)$  is identified as the column vector  $q_k$  and  $\Psi_k(y)$  is the row vector  $v_k^T$ .

$$A = U \Sigma V^T \quad (3.4)$$

$$A = Q V^T = \sum_{k=1}^{141} q_k v_k^T \quad (3.5)$$

As the square of a mode's singular value can be interpreted as the energy contained in the mode, the POD makes it possible to evaluate the importance of each mode relative to the others. Then principal modes can thus be determined. Neglecting modes containing relatively little energy leads to a low order reduction of the velocity profile downstream of the cylinder.

Data were recorded during 500 time steps to permit a frequency analysis of the principal *chronos* modes, with the same precision as the frequency decomposition applied to the lift and drag forces from the fixed cylinder flow simulations. Results presented here give insight into the modal decomposition of the forced wake flow for  $A/D$  from 0 to 0.4. The ranges of forcing amplitudes of similar modal decompositions are discussed.

### 3.8.1 POD analysis of the fixed cylinder wake flow

Decomposing the flow past the fixed cylinder, Figure 3.23, gives a modal decomposition consisting of mainly two modes. In fact, comparison of the energy present in each mode shows that the first mode contains 99% of the energy of the fluctuating flow. The first mode *topos* has an odd symmetry and its *chronos* frequency decomposition gives a primary frequency equal to the vortex shedding frequency,  $f_n$ . The second mode is composed of an even *topos* and a *chronos* whose principal frequency is at  $2f_n$ . The third mode has an odd *topos* and its *chronos* frequency decomposition has a main frequency at  $3f_n$ . It contains less than 0.1% of the fluctuating energy thus it can be concluded that the Karman wake is the competition of the first two modes. This finding is in concordance with the analysis of Williams et

al. (1992) where the Karman vortex street was described as the superposition of a sinuous mode at the vortex shedding frequency and a varicose mode at twice the vortex shedding frequency.

More over, instability of the flow past a circular cylinder leading to the common Von Karman wake is a global instability over a large region over the cylinder near wake which leads to two global modes. The Karman wake is the sinuous mode. A symmetrical mode may also be manifested by symmetrical vortex shedding but is unstable. POD decomposition shows that the Karman vortex street is composed of these two modes. The symmetrical competition results in the antisymmetrical mode dominance, the symmetrical mode does not manifest itself in the wake flow downstream the cylinder.

### 3.8.2 POD analysis of the wake under streamwise forcing

POD analysis explores the effect of controlled streamwise excitation. The symmetric oscillations at the fixed cylinder vortex shedding frequency are applied to the Karman vortex street. The latter is characterized as a sinuous mode. For small amplitudes of oscillation, for  $A/D$  up to 0.1, the POD decomposition, Figure 3.24, shows that the wake contains four modes, the first containing more than 50% of the fluctuating energy, the second close to 20% while the third and fourth contain close to 10% each. The first mode is antisymmetric (having rotation symmetry about the origin) and the frequency decomposition of its *topos* has a main frequency close to  $f_n$ . The second mode is an even mode whose *chronos*' main frequency is close to the forcing frequency. The third and fourth modes have no reflection or rotation symmetry in their *topos*. Their *chronos* frequency decomposition is more complex than in the two first modes even though the main frequency is close to the forcing frequency. Note, however, that the two modes appear to be approximately related by a reflection symmetry.

The first mode *topos* has the shape as the fixed cylinder wake main mode *topos* but with some noise in the *chronos* frequency decomposition. The symmetric

second mode with a main frequency close to the forcing frequency is identified as resulting from the streamwise forced oscillations of the cylinder.

For  $0.1 < A/D < 0.125$ , Figure 3.25, the antisymmetry of the first mode and the symmetry of the second mode are perturbed and their frequency decompositions show chaotic time evolutions. Two non symmetric modes emerge from the POD decomposition each one containing close to 10% of the fluctuating energy.

At  $A/D$  equal to 0.15, Figure 3.26, the fluctuating energy is shared by two modes, the first mode has close to 80% of the energy, the second mode slightly over 15%. The remaining modes were found to be negligible. The first mode has an odd topos and a main frequency at  $f_n/2$ . The second mode has an even topos and oscillates at the forcing frequency. The third mode has no clear symmetry and has a mixed frequency decomposition.

The two main modes show clear harmonic decompositions and symmetries in their topos. The wake recovered a first antisymmetric mode but now at half the fixed cylinder vortex shedding frequency and a second symmetric mode oscillating at the forcing frequency. The effect of forced oscillations is therefore a period doubling of the antisymmetric mode.

For  $0.175 < A/D < 0.325$ , Figure 3.27, the POD decomposition shows that more than 97% of the fluctuating energy is contained in the two first modes. They have no simple symmetry and the frequency decomposition of the chronos gives a mixed frequency decomposition of the forcing frequency and the fixed cylinder's vortex shedding frequency. It is interesting to note, however, that the first mode is approximately reflection symmetric.

At  $A/D$  equal to 0.35, Figure 3.28, the POD decomposition shows that more than 99% of the fluctuating energy is contained in the two first modes. The three first modes have the same topos as in the case of the fixed cylinder. Now, chronos frequency decomposition for the first and the third modes give the same signal as in the fixed cylinder case but halved in frequency. The frequency decomposition of the second mode chronos clearly indicates the forcing frequency of the cylinder. The peak

at the forcing frequency is sharper than in the other mode frequency decomposition and the second mode contains 10% of the fluctuating energy.

The POD decomposition of the wake flow shows that the forcing results in an excitation of the second mode of the Karman wake which is an even mode at twice the vortex shedding frequency. Introducing the symmetric forcing first enhanced the second mode at half of its original frequency and induced the emergence of nonsymmetric modes. Increasing the perturbation destabilises the modes in terms of symmetry coupled with chaotic frequency decomposition. The wake restabilizes as  $A/D$  is increased leading to a period doubling of the first mode while the second mode has secondary frequencies at half the vortex shedding frequency of the fixed cylinder. Then modes destabilise again in nonsymmetric solutions with mixed frequency decomposition of  $f_n/2$ , the forcing frequency and their harmonics. For  $A/D$  equal to 0.35, a regain of symmetry occurs where the topology of the fixed cylinder wake flow is recovered but now coupled with halved frequency decomposition. Thus, the symmetric forcing leads to energy transfer from the symmetric mode to the antisymmetric one resulting in a complete period doubling from the first mode to the third.

### 3.8.3 POD and vortex wake modes comparison

POD analysis gives insight into the flow bifurcation behaviour as the amplitude of oscillation of the cylinder is increased. The first significant result is that the Karman vortex street is the sum of an odd mode at the vortex shedding frequency and an even mode at twice the vortex shedding frequency. There are two possible routes of destabilization of the cylinder wake flow where the stable mode dominates and manifest itself in the vortex shedding process. At low amplitudes of oscillations, the vortex wake mode is a slightly perturbed  $2S$  mode and the POD gives an odd first mode and an even second mode with main frequencies respectively at the vortex shedding frequency and forcing frequency. The effect of the forcing is a perturbation of the frequency components and appearance of secondary modes. Increasing the

amplitude of oscillation, chaotic vortex shedding is found in the nonsymmetric modes characterizing the third amplitude range and the chaotic frequency decomposition of chronos. The period-doubling at  $A/D = 0.15$  is confirmed by POD and, as shown in the vortex shedding process and the fluid force trajectory, the period-doubling is incomplete. POD shows that it is the second and third modes which seem not to have completed their transition. The  $P+S$  mode which results from a symmetry breaking of the wake flow but having periodic vortex shedding is found in what has been called the mixed frequency decomposition of chronos coupled with non symmetric topos. Finally, the  $S$  mode at  $A/D = 0.35$  is exactly the period doubling of the fixed cylinder wake with the same topos coupled with oscillations at half the forcing frequency. More than 99% of the fluctuating flow has accomplished its period doubling and the second forced mode is strengthened as shown by its energy. The period doubling is accomplished by a symmetric forcing via an energy transfer through the second and even mode of the wake flow to odd and main mode characterizing the wake dynamics.

### 3.9 Conclusion

Numerical simulations have been used to investigate the dynamics of the wake flow past a forced oscillating cylinder. The simulations, employing a finite volume method, gave insight into the complex dynamics resulting from controlled wake excitation. The simulated wake flow represents the response of the non linear Navier Stokes equations to a harmonic streamwise excitation. In terms of fluid forces, nonlinear responses of the wake have been uncovered including quasi-periodic and chaotic responses as well as period-doubling as the perturbation parameter was increased.

As the wake past the fixed cylinder is characterized by periodic vortex shedding, symmetrical forced oscillations were found to have a strong effect on the resulting dynamics of the vortex wake. A symmetry breaking pitchfork bifurcation via of the vortex wake mode leading to the  $P+S$  mode and period-doubling of the vortex wake, giving the  $S$  mode, were found. These transitions in vortex wake modes were explained in terms of the enhancement of the roll up of the shear layers. More over,



supposing symmetric mode competition in the wake, the Proper Orthogonal Decomposition of the wake flow made it possible to explain the effect of the forcing on the wake flow in term of transitions in the spatio-temporal modes present in the wake. The analysis elucidated the mechanism of mode competition leading to the final period-doubling of the wake.

### 3.10 References

- Blackburn, H.M., Henderson, R.D., 1999. A study of two-dimensional flow past an oscillating cylinder. *Journal of Fluid Mechanics* 385, 255-286.
- Brika, D., Laneville, A., 1993. Vortex-induced vibrations of a long flexible circular cylinder. *Journal of Fluid Mechanics* 250, 481-508.
- Chen, H., Huang, G.P.G., Lebeau, R.P. 2005. A cell-centered pressure based method for two/three-dimensional unstructured incompressible Navier-Stokes solver. 43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. Reno. NV.
- Feng, C.C., 1968. The measurement of vortex-induced effects in flow past stationary and oscillating circular and D-section cylinders. Thesis. University of British Columbia, Vancouver, B.C., Canada.
- Griffin, O.N, Ramberg, S.E. 1976. Vortex shedding from a cylinder in line with an incident flow. *Journal of Fluid Mechanics* 75, 257-271.
- Griffin, O.N, Ramberg, S.E. 1974. The vortex-street wakes of vibrating cylinders. *Journal of Fluid Mechanics* 66, 553-576.
- Hémon, P., Santi, F. 2003. Applications of bi-orthogonal decompositions in fluid-structure interactions. *Journal of Fluids and Structures* 17, 1123-1143.
- Ku, H.C., HIRSH, R.S., TAYLOR, T.D. 1987. A pseudo spectral method for solution of the three-dimensional incompressible Navier-Stokes equations. *Journal of Computational Physics* 70, 439-462.
- Lu, X.Y., Dalton, C. 1996. Calculation of the timing of vortex formation from an oscillating cylinder. *Journal of Fluids and Structures* 10, 527-541.

- Mureithi, N.W., Cotoi, I., Rodriguez, M. 2004. Response of the Karman wake to external periodic forcing and implications for vortex shedding control. 8th Conference on flow induced vibration. Paris, France, E. De Langre & F. Axisa. 87-92.
- Nishihira, T., Taneko, S., Watanabe, T. 2005. Characteristics of fluid dynamics forces acting on a circular cylinder oscillated in the streamwise direction and its wake patterns. *Journal of Fluids and Structures* 20, 505-518.
- Ongoren, A., Rockwell, D. 1988. Flow structure from an oscillating cylinder Part.1 Mechanisms of phase shift and recovery in the near wake. *Journal of Fluid Mechanics* 191, 197-223.
- Ongoren, A., Rockwell, D. 1988. Flow structure from an oscillating cylinder Part.2 Mode competition in the near wake. *Journal of Fluid Mechanics* 191, 225-245.
- Qian, L., Vezza, M. 2001. A vorticity-based method for incompressible unsteady viscous flows. *Journal of Computational Physics* 172, 515-542.
- Roshko, A. 1954. On the development of turbulent wakes from vortex sheet. NACA report.
- Van Dyke, M. 1982. An album of fluid motion. The parabolic press ed. 176p.
- Williams, D.R., Mansy, H., Amato, C. 1992. The response and symmetry properties of a cylinder wake subjected to localized surface excitation. *Journal of Fluid Mechanics* 234, 71-96.
- Williamson, C.H.K. 1996. Vortex dynamics in the cylinder wake. *Annual Review of Fluid Mechanics* 28, 477-539.
- Williamson, C.H.K., Roshko, A. 1988. Vortex formation in the wake of an oscillating cylinder. *Journal of Fluids and Structures*, 2, 355-381.
- Zhou, X., Hitt, D.L. 2004. Proper orthogonal decomposition analysis of coherent structures in a transient buoyant jet. *Journal of Turbulence*, 5.

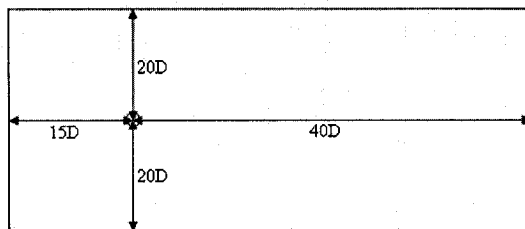


Figure 3.1. The computation domain.

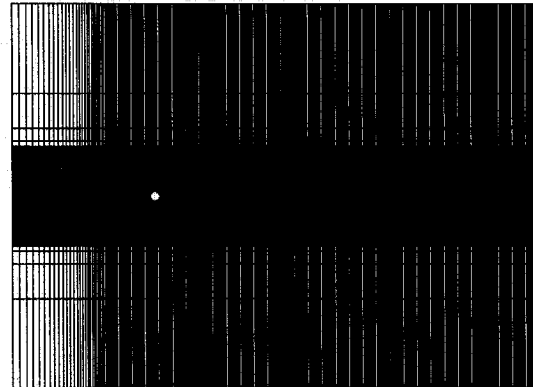


Figure 3.2. Structured mesh  
with 130 000 cells.

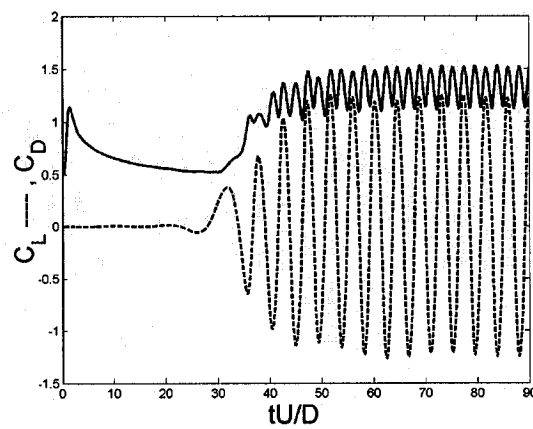


Figure 3.3.  $C_D$  and  $C_L$  time evolutions in the case of the fixed cylinder  
for  $Re=1000$ .

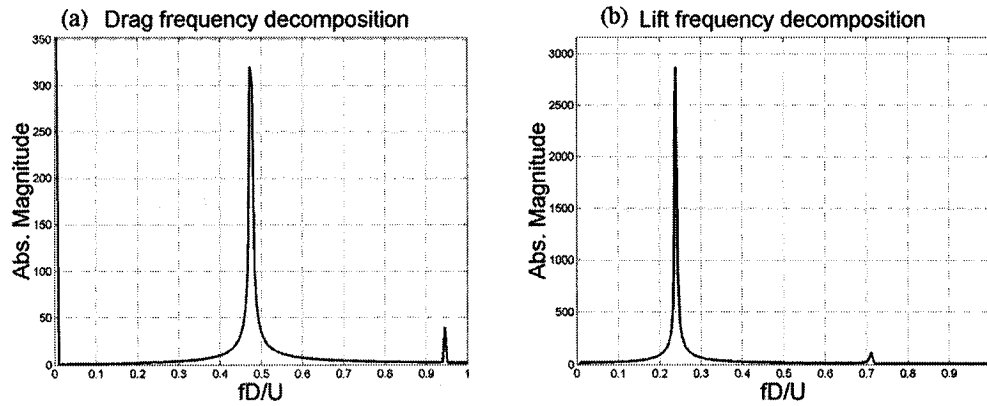


Figure 3.4. (a) Drag, (b) lift frequency decomposition  
in the case of the fixed cylinder for  $Re=1000$ .

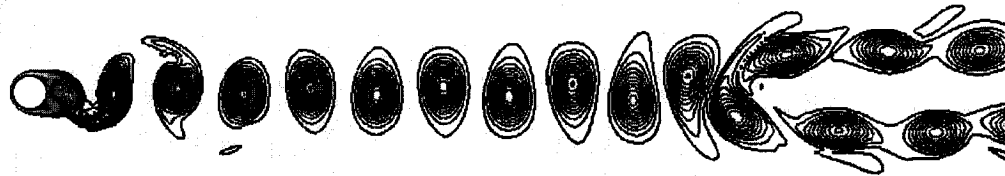


Figure 3.5. Vorticity distribution downstream of the fixed cylinder.

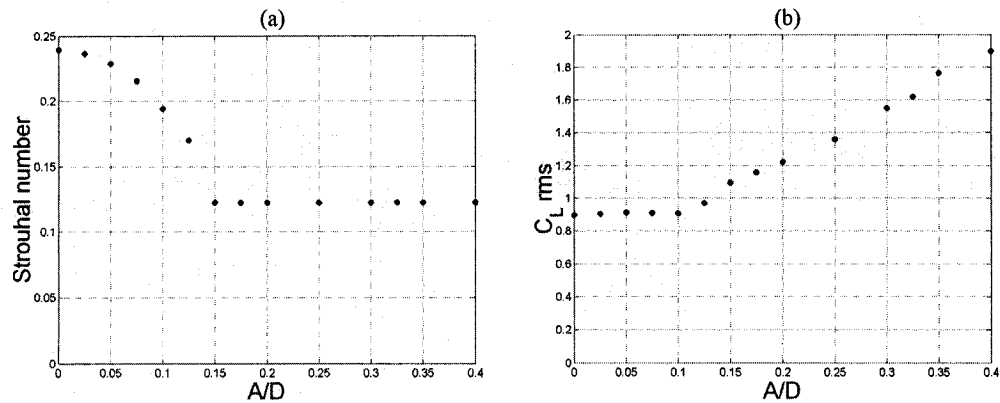


Figure 3.6. (a) Strouhal number and (b) r.m.s lift coefficient  
as a function of the forcing amplitude ( $A/D$ ).

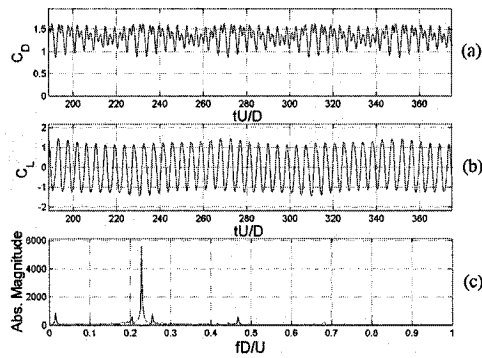


Figure 3.7. (a) Drag, (b) lift coefficient time evolution and (c) lift coefficient frequency decomposition for  $A/D=0.05$ .

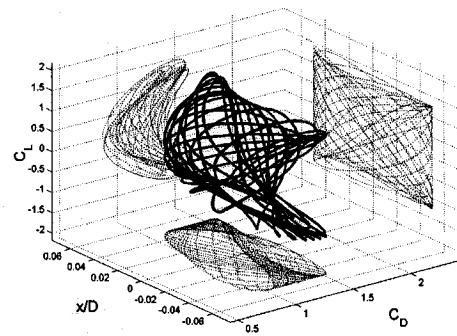


Figure 3.8. Force trajectory along the cylinder path for  $A/D=0.05$ .

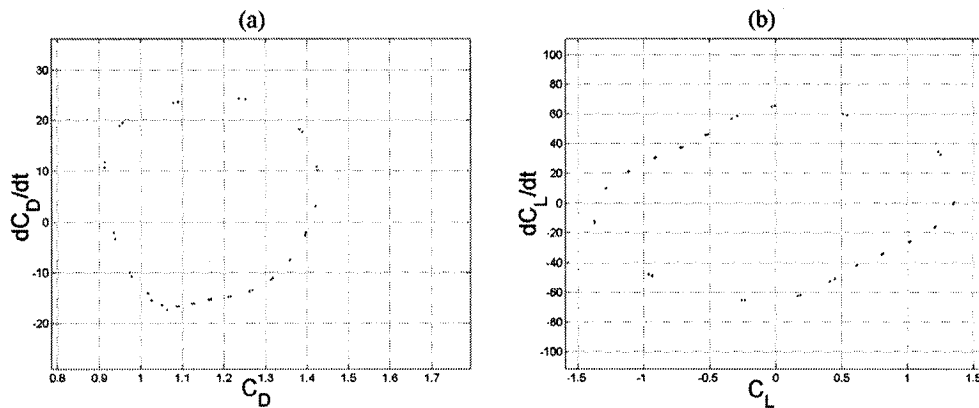


Figure 3.9. Poincaré map reduction of (a) the drag, (b) lift dynamics for  $A/D=0.05$ . The Poincaré plane is defined by  $x = 0, \dot{x} > 0$ , and sampling is at the forcing frequency.

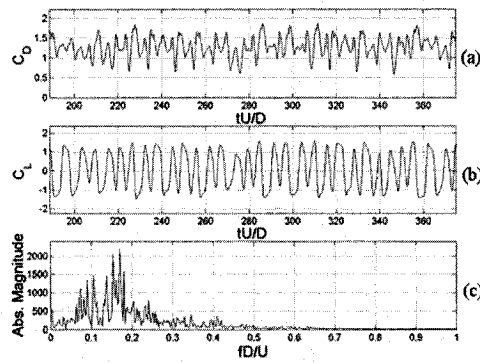


Figure 3.10. (a) Drag, (b) lift coefficient time evolution and (c) lift coefficient frequency decomposition for  $A/D=0.125$ .

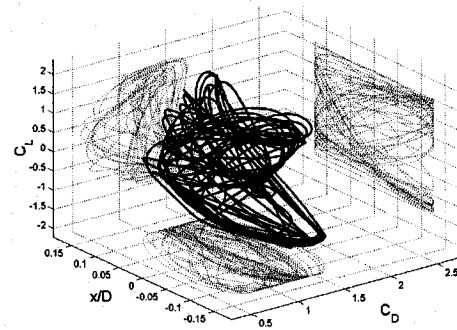


Figure 3.11. Force trajectory along the cylinder path for  $A/D=0.125$ .

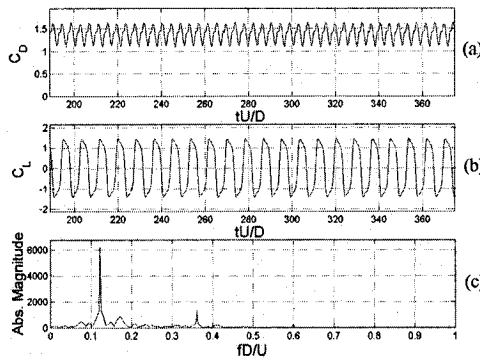


Figure 3.12. Drag (a) and lift (b) coefficient time evolution and lift coefficient frequency decomposition (c) for  $A/D=0.15$ .

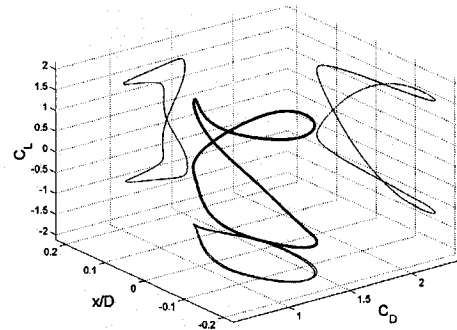


Figure 3.13. Force trajectory along the cylinder path for  $A/D=0.15$ .

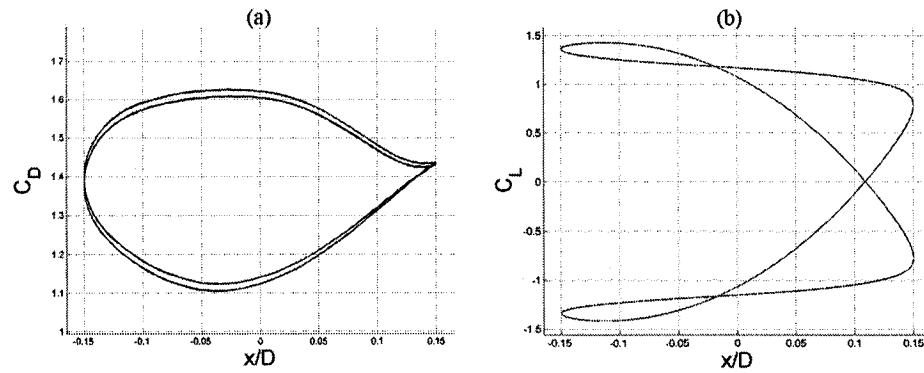


Figure 3.14. (a) Drag and (b) lift coefficient along the cylinder trajectory for  $A/D=0.15$ .

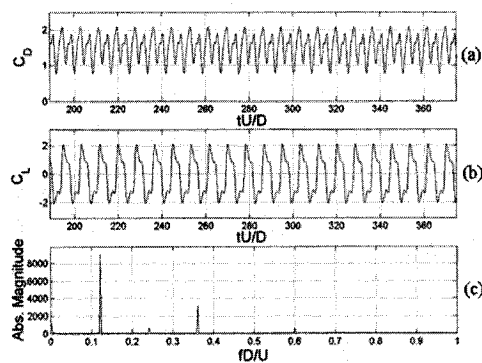


Figure 3.15. (a) Drag, (b) lift coefficient time evolution and (c) lift frequency decomposition for  $A/D=0.25$ .

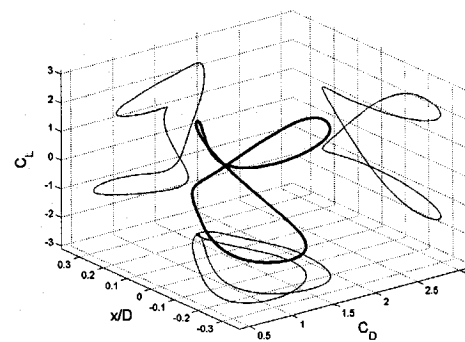


Figure 3.16. Force trajectory along the cylinder path for  $A/D=0.25$ .

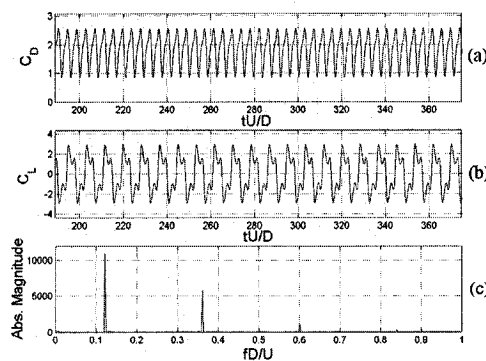


Figure 3.17. (a) Drag, (b) lift coefficient time evolution and (c) lift coefficient frequency decomposition for  $A/D=0.35$ .

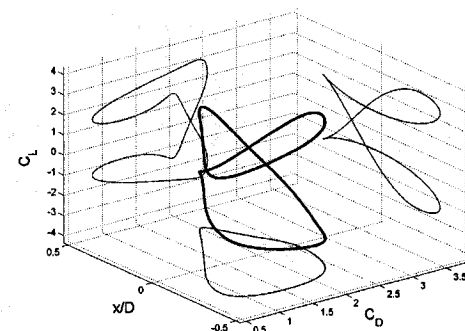


Figure 3.18. Force trajectory along the cylinder path for  $A/D=0.35$ .

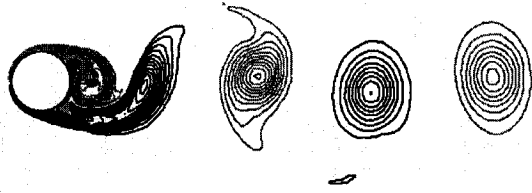


Figure 3.19. Vorticity field downstream the cylinder  
for  $A/D=0.05$ .



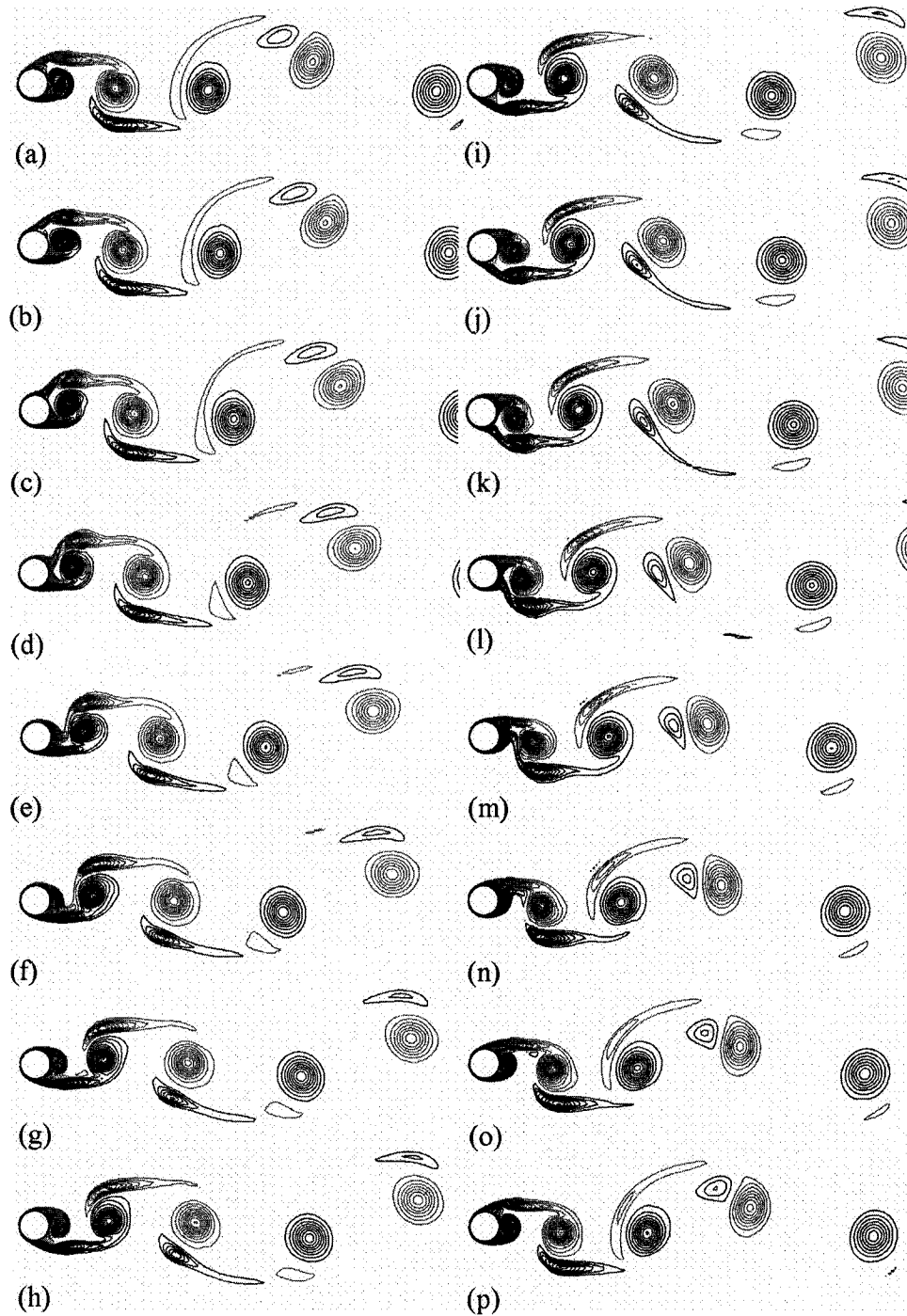


Figure 3.20. Vorticity field of the flow past the cylinder under forced oscillation for  $V_r=5$  and  $A/D=0.15$ . Figures are from  $x=0$ ,  $\dot{x} > 0$  every eighth of period of the cylinder oscillation.

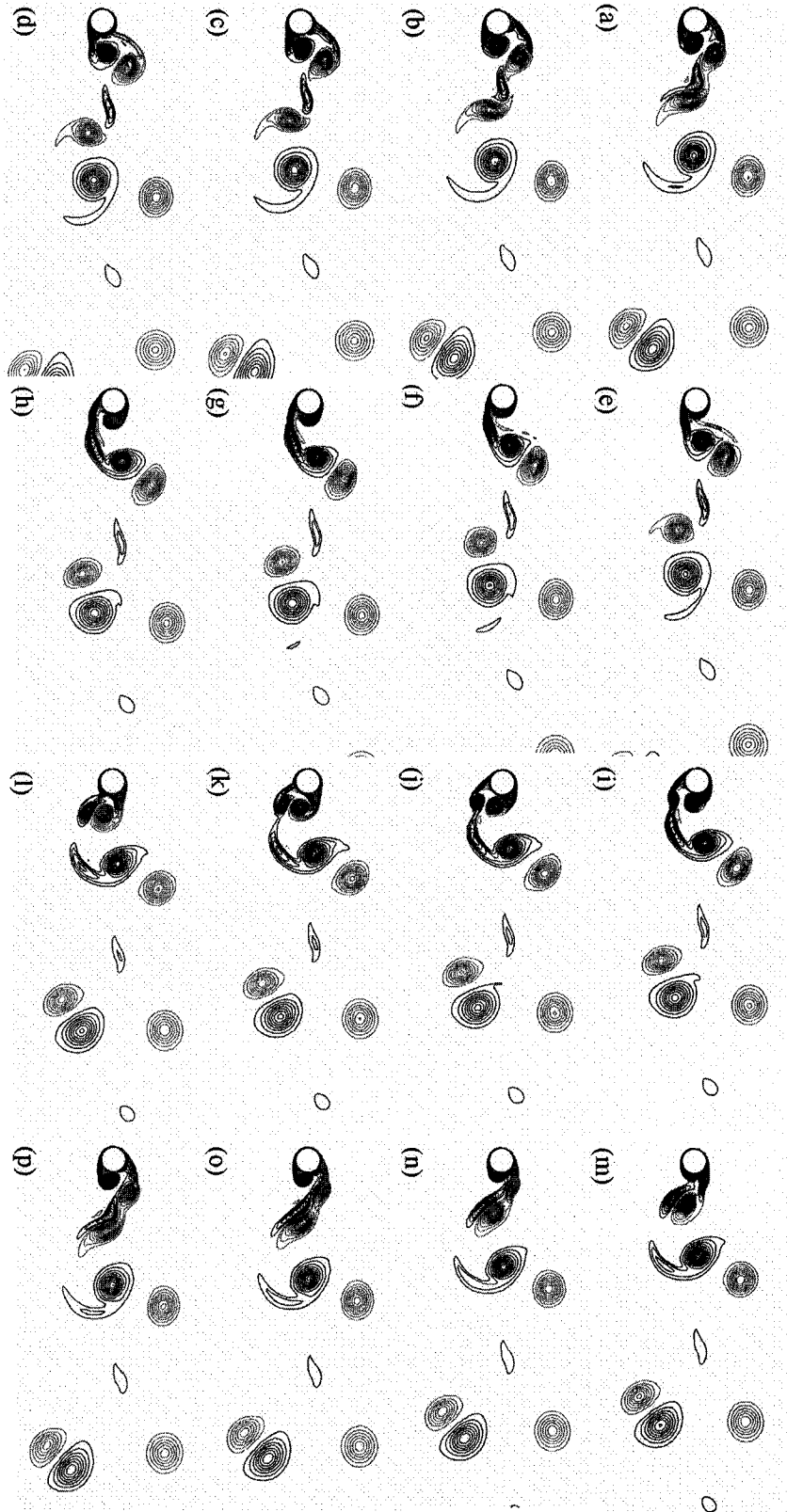


Figure 3.21. Vorticity field of the flow past the cylinder under forced oscillation for  $V_f=5$  and  $A/D=0.25$ .

Figures are every eighth of period of the cylinder oscillation

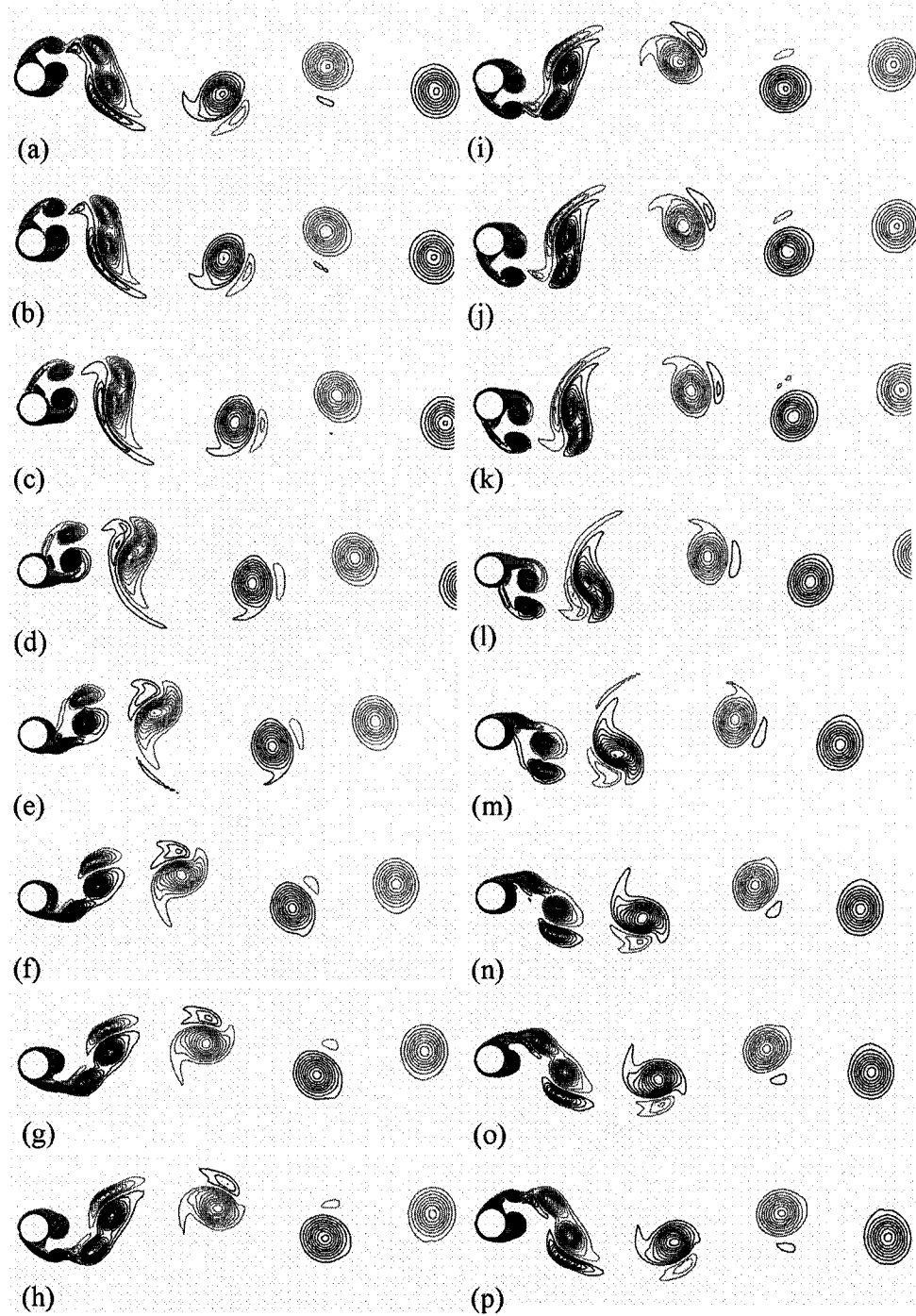
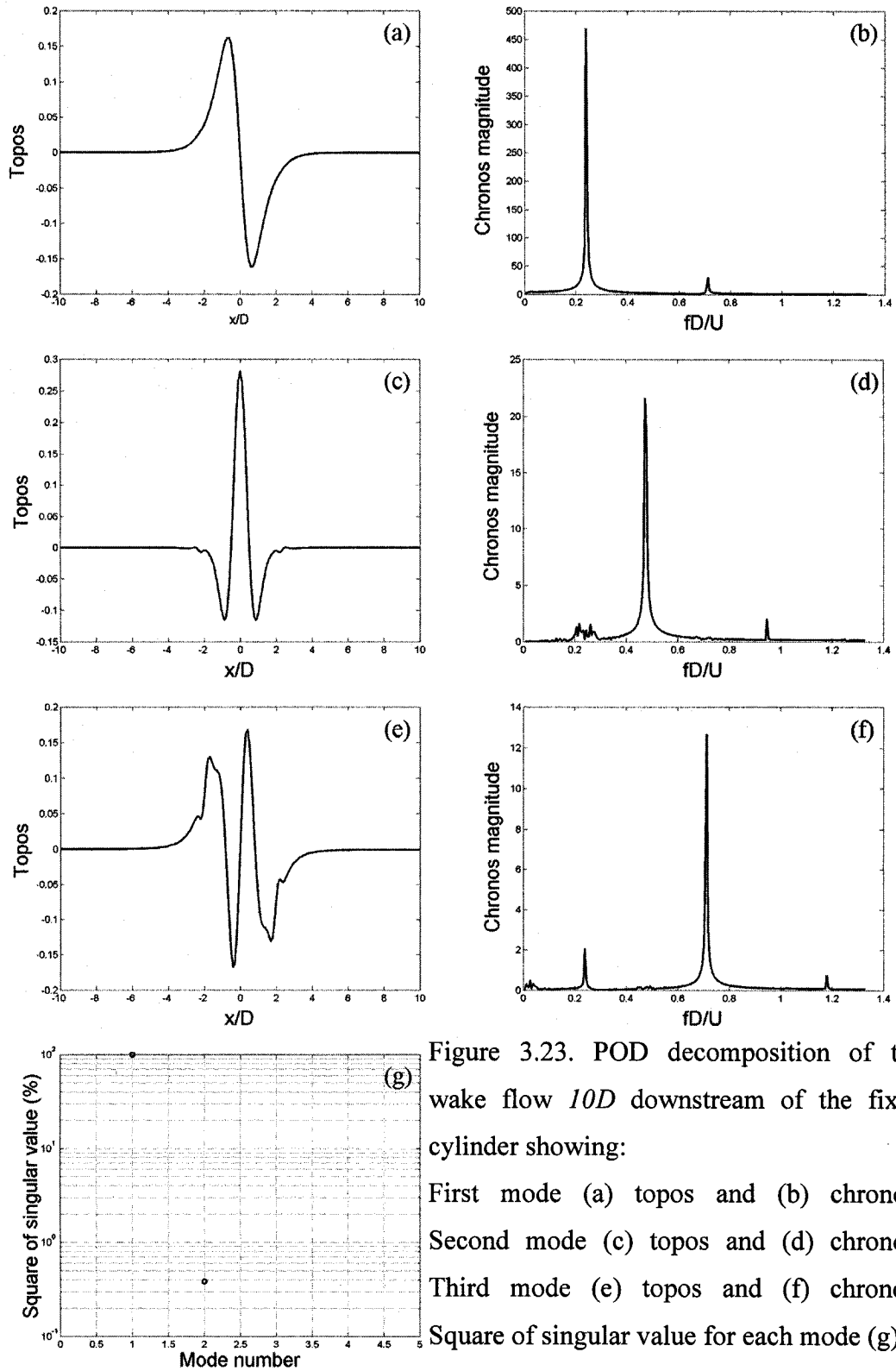


Figure 3.22. Vorticity field of the flow past the cylinder under forced oscillation for  $V_r=5$  and  $A/D=0.25$ . Figures are from  $x=0$ ,  $\dot{x}>0$  every eighth of period of the cylinder oscillation.



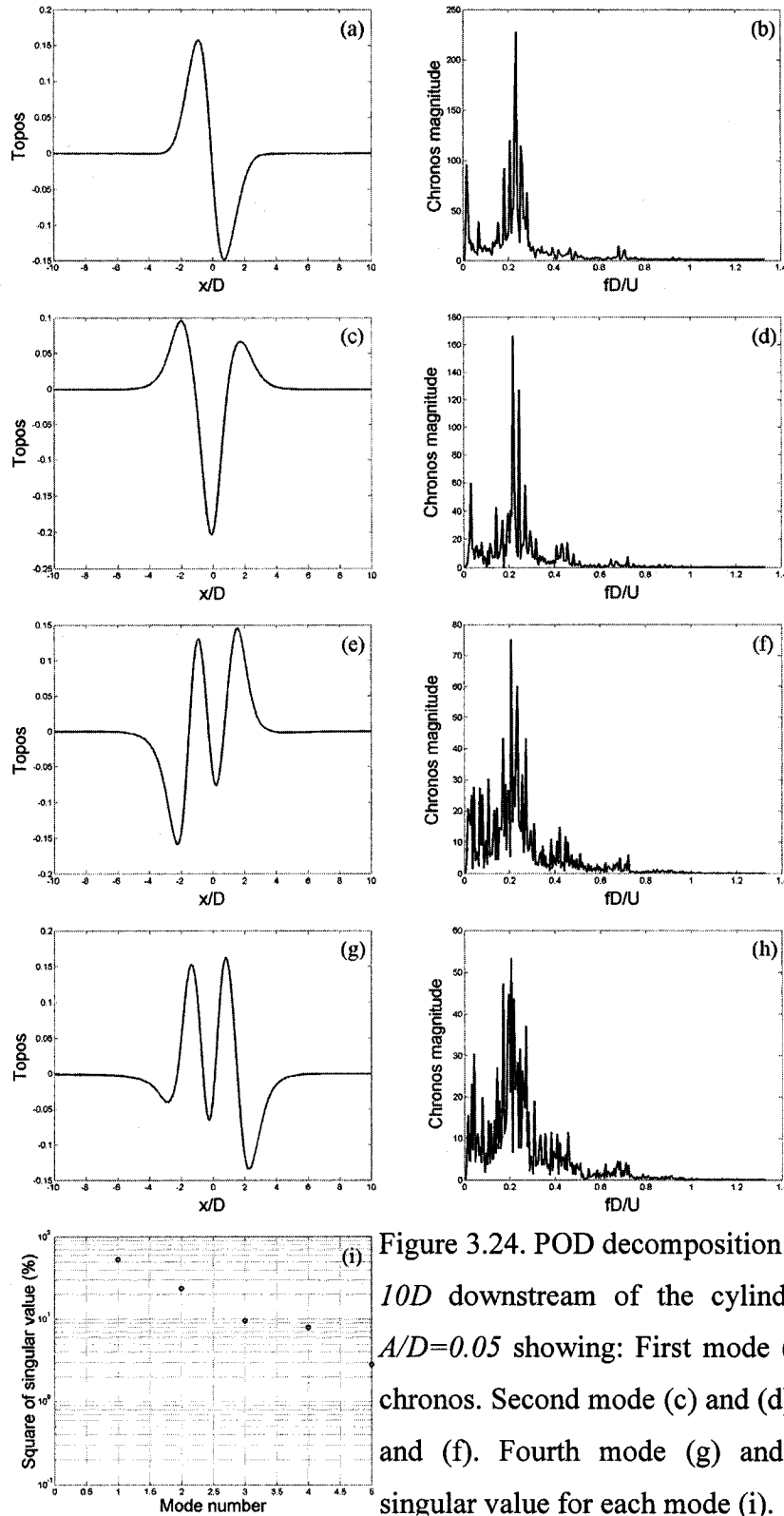


Figure 3.24. POD decomposition of the wake flow 10D downstream of the cylinder oscillating at  $A/D=0.05$  showing: First mode (a) topos and (b) chronos. Second mode (c) and (d). Third mode (e) and (f). Fourth mode (g) and (h). Square of singular value for each mode (i).

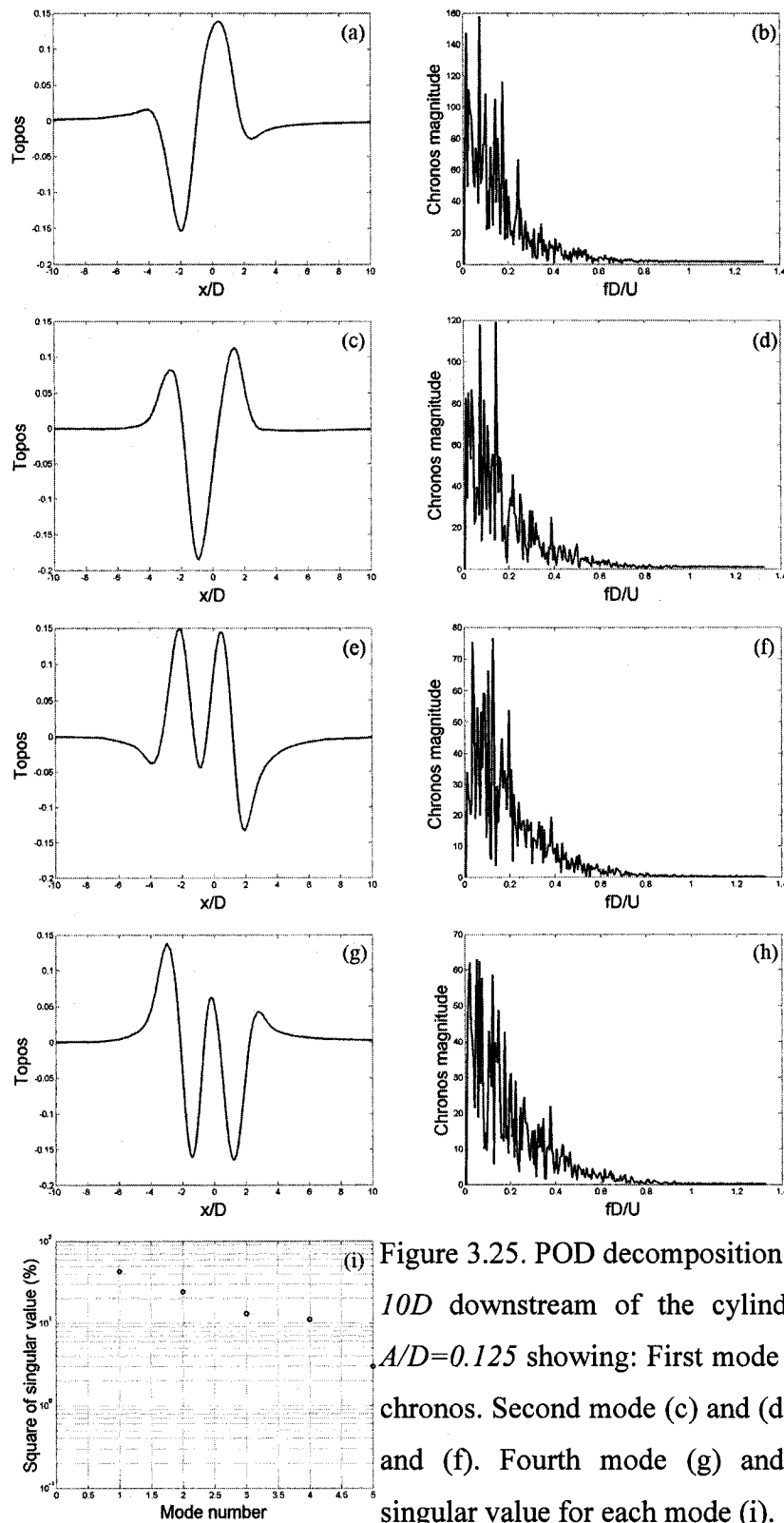


Figure 3.25. POD decomposition of the wake flow  $10D$  downstream of the cylinder oscillating at  $A/D=0.125$  showing: First mode (a) topos and (b) chronos. Second mode (c) and (d). Third mode (e) and (f). Fourth mode (g) and (h). Square of singular value for each mode (i).

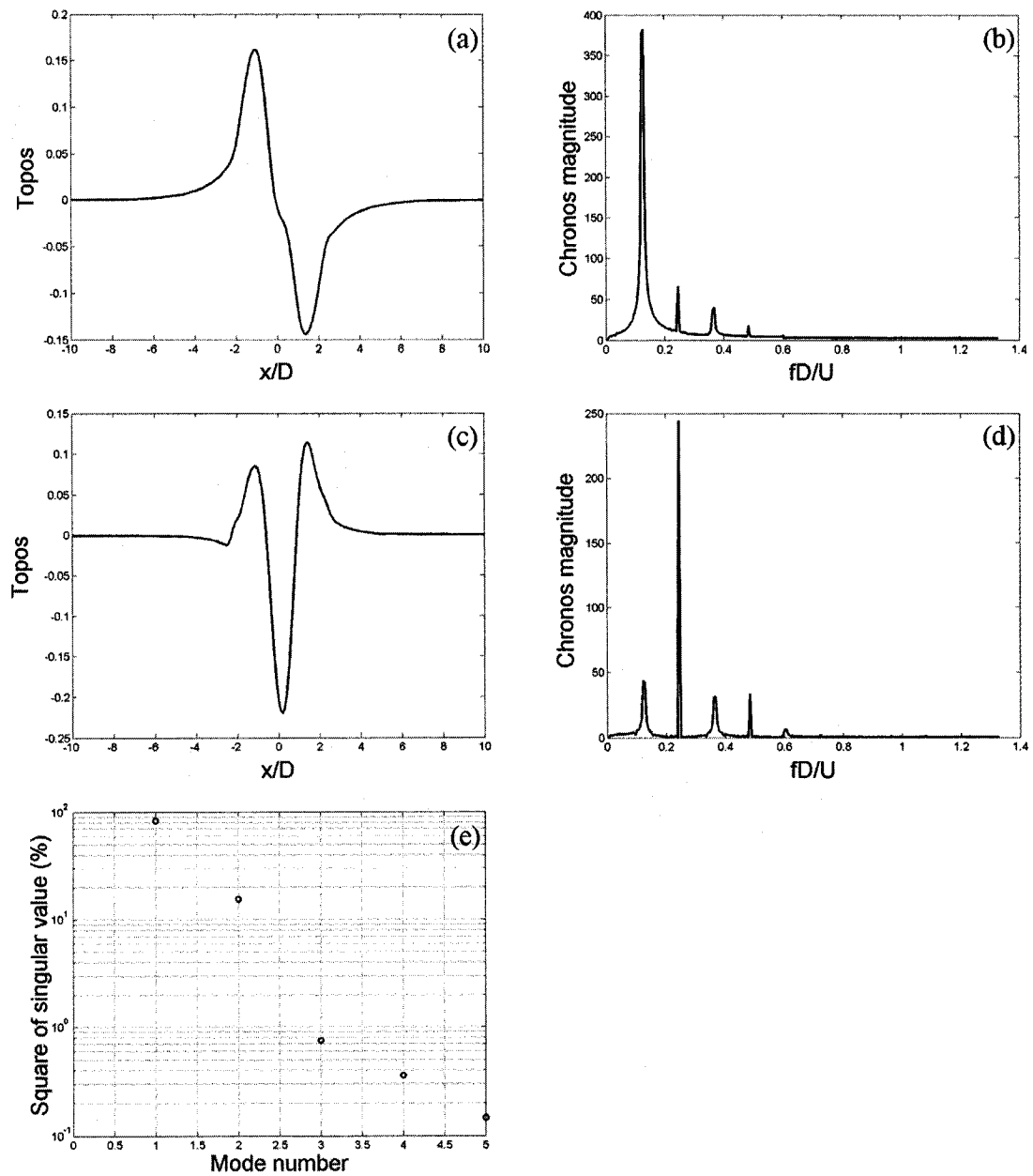


Figure 3.26. POD decomposition of the wake flow  $10D$  downstream of the cylinder oscillating at  $A/D=0.15$  showing: First mode (a) topos and (b) chronos. Second mode (c) topos and (d) chronos. Square of singular value for each mode (e).

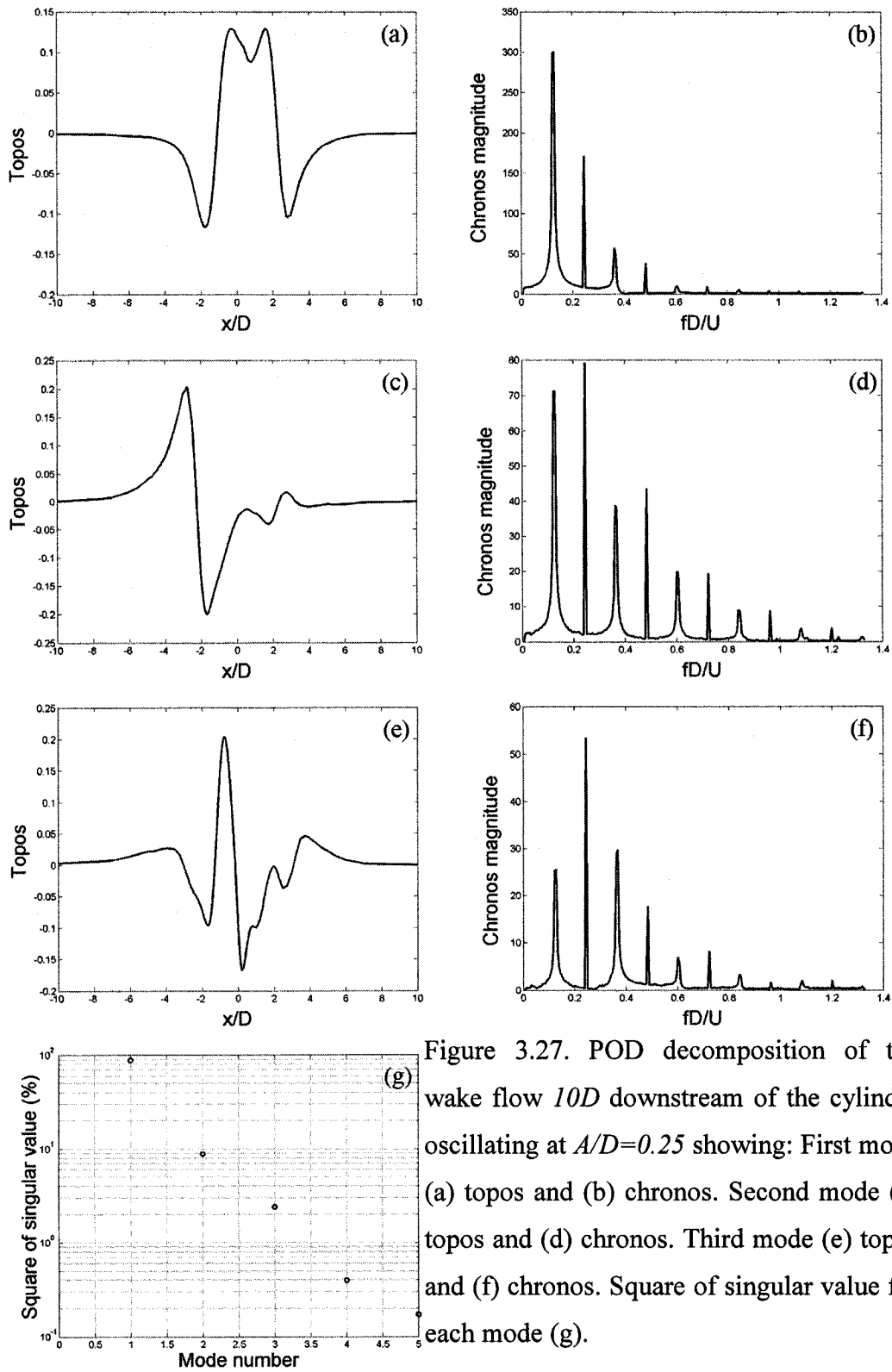


Figure 3.27. POD decomposition of the wake flow 10D downstream of the cylinder oscillating at  $A/D=0.25$  showing: First mode (a) topos and (b) chronos. Second mode (c) topos and (d) chronos. Third mode (e) topos and (f) chronos. Square of singular value for each mode (g).



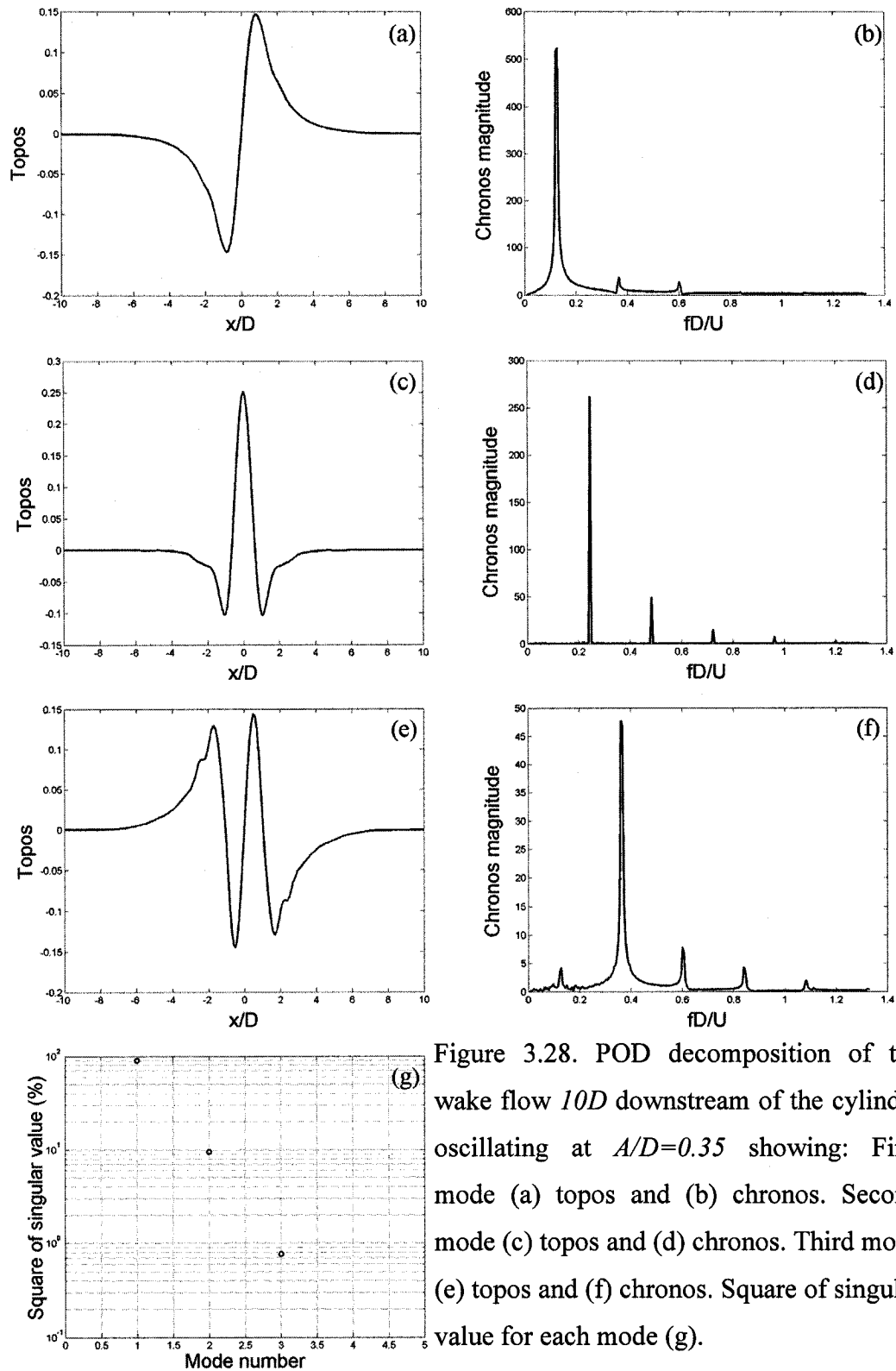


Figure 3.28. POD decomposition of the wake flow  $10D$  downstream of the cylinder oscillating at  $A/D=0.35$  showing: First mode (a) topos and (b) chronos. Second mode (c) topos and (d) chronos. Third mode (e) topos and (f) chronos. Square of singular value for each mode (g).

## **CHAPITRE IV**

### **VALIDATION DES RÉSULTATS PAR SIMULATION NUMÉRIQUE AVEC MODÈLE DE TURBULENCE DE L'ÉCOULEMENT À $Re=1000$**

Le chapitre III a présenté l'analyse du forçage longitudinal de l'écoulement à  $Re = 1000$ . L'écoulement soumis aux oscillations forcées du cylindre a été simulé numériquement puis analysé en termes de forces agissant sur le cylindre et de réponses du sillage à la perturbation symétrique (les oscillations forcées). Différents régimes de sillage ont été identifiés puis analysés par POD.

Ce quatrième chapitre est dédié à la validation d'une hypothèse de modélisation de l'écoulement en aval du cylindre. En effet, comme cela a été justifié dans la partie 3.6, une des principales hypothèses de travail concernant la modélisation de l'écoulement est que la turbulence peut être considérée comme secondaire par rapport aux mécanismes d'interaction fluide-structure étudiés ici. Il s'agit de montrer qu'en dépit de son influence, la dynamique des décollements et recollements successifs de la couche limite autour du cylindre n'est pas suffisamment perturbée pour modifier les différentes réponses identifiées dans la partie précédente.

Après avoir discuté et détaillé le choix du modèle de turbulence utilisé pour la simulation numérique, les résultats issus de la simulation numérique de l'écoulement, en aval du cylindre fixe, et du cylindre soumis à des oscillations forcées longitudinales à une amplitude  $A/D=0.25$ , seront analysés et comparés aux résultats issus du chapitre précédent.

#### **4.1 Choix du modèle de turbulence**

Dès que l'on souhaite simuler un écoulement turbulent, la question du niveau de modélisation et de simulation de la turbulence se pose ( Wilcox (2004); Etienne

(1999)). Selon le « coût » du calcul et le degré de précision nécessaire, la simulation et la modélisation de la turbulence seront plus ou moins poussées. De manière succincte, la simulation d'un écoulement turbulent peut s'effectuer à trois niveaux :

- La Simulation Numérique Directe (SND, DNS en anglais) où toutes les échelles de la turbulence sont simulées. Ceci correspond à l'approche idéale mais nécessite un maillage très fin et a un coût très élevé en calcul.
- La Simulation des Grandes Echelles (SGE, LES en anglais) où les grandes échelles de tourbillons sont simulées et les petites échelles de turbulence, de la taille des mailles, sont modélisées. Cette solution nécessite un coût de calcul relativement élevé.
- Les Equations de Navier-Stokes-Reynolds moyennées (ENSR, RANS en anglais) qui consistent à calculer l'écoulement moyen où toutes les échelles de la turbulence sont modélisées. L'action de la turbulence se traduit par l'apparition du tenseur de Reynolds dans les équations de Navier Stokes moyennées. Ce niveau de modélisation est le plus facile à mettre en œuvre, il a été choisi pour résoudre le cas présent.

Dans le cas d'une simulation RANS, le système d'équation qui régit l'écoulement est un système ouvert. Il faut donc ajouter une ou plusieurs équations de fermeture en modélisant les tensions turbulentes en fonction du champ de vitesse moyen. La modélisation peut s'effectuer selon plusieurs niveaux de complexité, mais la représentation de la turbulence sera toujours limitée. Les différents modèles sont répartis suivant le nombre d'équations nécessaires pour fermer le système d'équations régissant l'écoulement. Ils sont généralement classés en quatre catégories :

- Modèle algébrique ou à 0 équation de type longueur de mélange où l'on calcule le tenseur de Reynolds en tant que produit d'une viscosité turbulente et du tenseur du taux de contrainte moyen. La viscosité turbulente est déterminée, entre autres, en fonction de la longueur de mélange de l'écoulement.

- Modèle à une équation où le tenseur de Reynolds est défini en fonction du tenseur du taux de contrainte moyen et de l'énergie cinétique turbulente contenue dans l'écoulement. Pour fermer le système, une équation supplémentaire est nécessaire, cette équation décrit le transport de l'énergie cinétique turbulente.
- Modèle à deux équations dont les modèles les plus connus de cette catégorie sont les modèles  $k-\varepsilon$  et  $k-\omega$ . Le modèle  $k-\omega$  a été développé pour la première fois en 1942 par Kolmogorov qui, en plus de l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente,  $k$ , ajouta une équation de transport du taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente par unité d'énergie cinétique turbulente,  $\omega$ . Ce dernier a été choisi pour la simulation numérique du cas présent.

La version du modèle  $k-\omega$  utilisée ici est la version Shear Stress Transport (SST). Il s'agit d'une combinaison du modèle  $k-\omega$  et du modèle  $k-\varepsilon$ . Ce modèle est identique au modèle  $k-\omega$  dans la première moitié de la couche limite et passe ensuite continûment vers le modèle  $k-\varepsilon$ . En effet, l'essentiel de la production de l'énergie cinétique turbulente s'effectue dans la première moitié de la couche limite alors que le modèle  $k-\varepsilon$  est relativement précis en ce qui concerne les écoulements libres cisailés.

Dans le cas d'un écoulement simulé avec les équations de Navier-Stokes moyennées et un modèle de turbulence à deux équations  $k-\omega$  en version SST, le système d'équations à résoudre en coordonnées cartésiennes est présenté le suivant (équations (4.1) à (4.6)) :

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{1}{\rho} \tau_{ij} + R_{ij} \right) \quad (4.2)$$

$$R_{ij} = \nu_T \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta^* k \omega + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ (\nu + \sigma_k \nu_T) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + U_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \alpha \frac{\omega}{k} \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\nu + \sigma_{\omega} \nu_T) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2(1 - F_1) \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (4.5)$$

$$\nu_T = k / \omega \quad (4.6)$$

De manière succincte, le passage d'un modèle de turbulence à l'autre, c'est-à-dire de  $k-\omega$  à  $k-\varepsilon$ , s'effectue par le biais du paramètre de transition  $F_l$ . Les constantes du modèle  $k-\omega$  en version SST( $\alpha, \beta, \beta^*, \sigma_k, \sigma_{\omega 1}, \sigma_{\omega 2}$ ) varient linéairement, selon la valeur de  $F_l$ , entre celles du modèle  $k-\omega$  à celles du modèle  $k-\varepsilon$ . Les constantes de chaque modèle sont définies empiriquement (le calcul de ces constantes est détaillé par exemple dans Wilcox (2004)). En notant  $\Phi$  une constante du modèle  $k-\omega$  version SST,  $\Phi_1$  une constante du modèle  $k-\omega$ , et  $\Phi_2$  une constante du modèle  $k-\varepsilon$ , on obtient :

$$\Phi = F_l \Phi_1 + (1 - F_l) \Phi_2 \quad (4.7)$$

Le paramètre de transition entre les constantes  $F_l$  est défini en évaluant la position du point considéré par rapport à la couche limite de l'écoulement. Cette position est déterminée à partir de la distance à la paroi, de l'énergie cinétique turbulente et de son taux de dissipation.

Les conditions limites d'écoulement libre pour  $k$  et  $\omega$  ont été calculées en fonction de la vitesse moyenne de l'écoulement  $u_{\text{moy}}$ , de l'intensité de la turbulence  $I$ , et de l'échelle de longueur de la turbulence  $l$  :

$$k = \frac{3}{2} (u_{\text{moy}} I)^2 \quad (4.8)$$

$$\omega = \frac{k^{1/2}}{C_{\mu}^{1/4} l} \quad (4.9)$$

L'intensité de la turbulence choisie pour l'écoulement libre est de 1% et l'échelle de longueur de la turbulence a été fixée égale à la dimension du cylindre  $D$ . L'intensité de la turbulence a été choisie afin de simuler le cas d'un écoulement amont

peu turbulent. L'échelle de longueur de la turbulence a été choisie en supposant que les grandes échelles de la turbulence sont de l'ordre de grandeur du cylindre. Le coefficient  $C_\mu$  est un coefficient empirique fixe égal à 0.09.

#### 4.2 Simulation numérique de l'écoulement en aval du cylindre fixe

L'écoulement en aval d'un cylindre fixe a été simulé pour un nombre de Reynolds de  $10^3$ . L'écoulement stationnaire est analysé, puis comparé aux résultats obtenus en absence de modélisation de la turbulence (chapitre 3). Les oscillations des forces de traînée et de portance agissant sur le cylindre et la décomposition fréquentielle de la force de portance qui permet de déterminer le nombre de Strouhal de l'écoulement, sont montrées Figure 4.1. Celui-ci vaut  $St = 0.23$ . Le coefficient de traînée moyen est  $C_{D,moy} = 1.23$  et la valeur efficace du coefficient de portance est  $C_{L,rms} = 0.74$ . Ces données sont rassemblées dans la table 4.1 où elles sont comparées au résultat obtenu en absence de modèle de turbulence (chapitre 3).

Tableau 4.1. Comparaison du nombre de Strouhal et des coefficients de portance et de traînée dans le cas de la simulation numérique de l'écoulement en aval du cylindre fixe avec et sans modélisation de la turbulence.

	Sans modèle de turbulence	Modèle de turbulence k- $\omega$ SST
Coeff. de portance, $C_L$ (r.m.s)	0.89	0.74
Coeff. de traînée, $C_D$ (mean)	1.33	1.23
Nombre de Strouhal, $St$	0.24	0.23

La comparaison des résultats rassemblés dans le tableau 4.1 permet d'évaluer l'effet de turbulence sur la force induite par le fluide sur le cylindre. Les forces de portance et de traînée sont plus faibles dans le cas d'une simulation avec modélisation de la turbulence. Le nombre de Strouhal est lui aussi sensiblement plus faible.

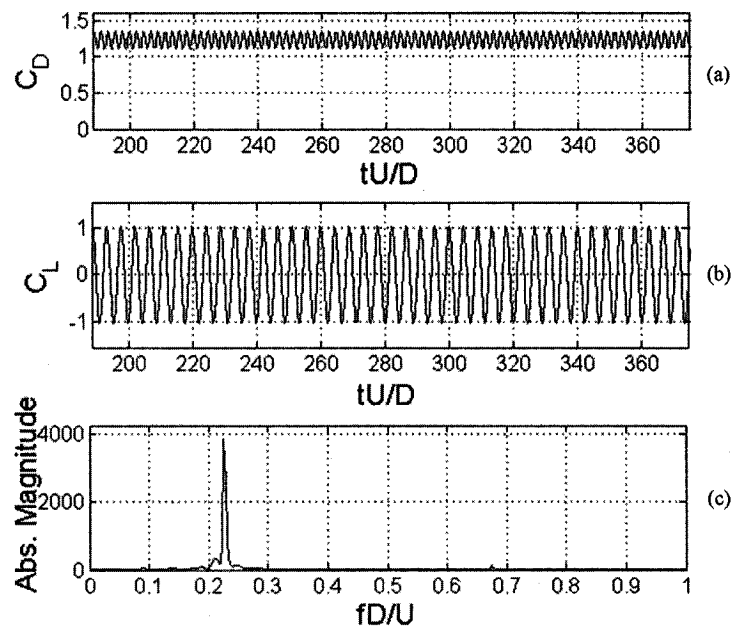


Figure 4.1 Evolution temporelle de la force de (a) traînée et de (b) portance dans le cas d'un cylindre fixe. (c) Décomposition fréquentielle de la force de portance.

La Figure 4.2 montre le champ de vorticité en aval du cylindre avec ou sans modèle de turbulence (le champ de vorticité de l'écoulement dans le cas d'une simulation sans modèle de turbulence est repris de la Figure 3.5). L'allée de tourbillons est très proche de celle obtenue sans modèle de turbulence. On note toujours la déstabilisation spatiale du sillage, mais aussi une plus grande diffusion du sillage de tourbillons lors de sa convection en aval du cylindre.

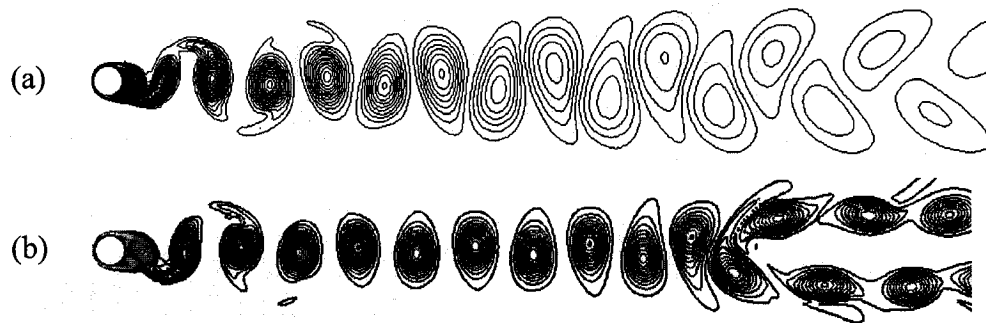


Figure 4.2. Champ de vorticité ( $s^{-1}$ ) en aval du cylindre fixe dans le cas d'une simulation numérique de l'écoulement (a) avec modèle de turbulence  $k-\omega$  version SST et (b) sans modèle de turbulence.

L'analyse POD de l'écoulement 10D en aval du cylindre a été effectuée afin d'être comparée avec le résultat obtenu dans le chapitre 3. Les *topos* et *chronos* obtenus pour les deux premiers modes sont rassemblés dans la Figure 4.3. Comme dans le cas de la simulation sans modèle de turbulence, on retrouve principalement deux modes lors de la décomposition POD de l'écoulement. Le premier mode a un *topos* antisymétrique et la décomposition fréquentielle de son *chronos* met en évidence un pic à la fréquence associée au nombre de Strouhal. Le second mode a un *topos* symétrique et la décomposition fréquentielle de son *chronos* met en évidence un pic à une fréquence double de celle du premier mode. La répartition énergétique entre les modes est de plus de 99 % pour le premier mode et de 0.5 % pour le second mode. Un troisième mode ayant les mêmes caractéristiques spatio-temporelles que le premier mode contient 0.2 % de l'énergie fluctuante.



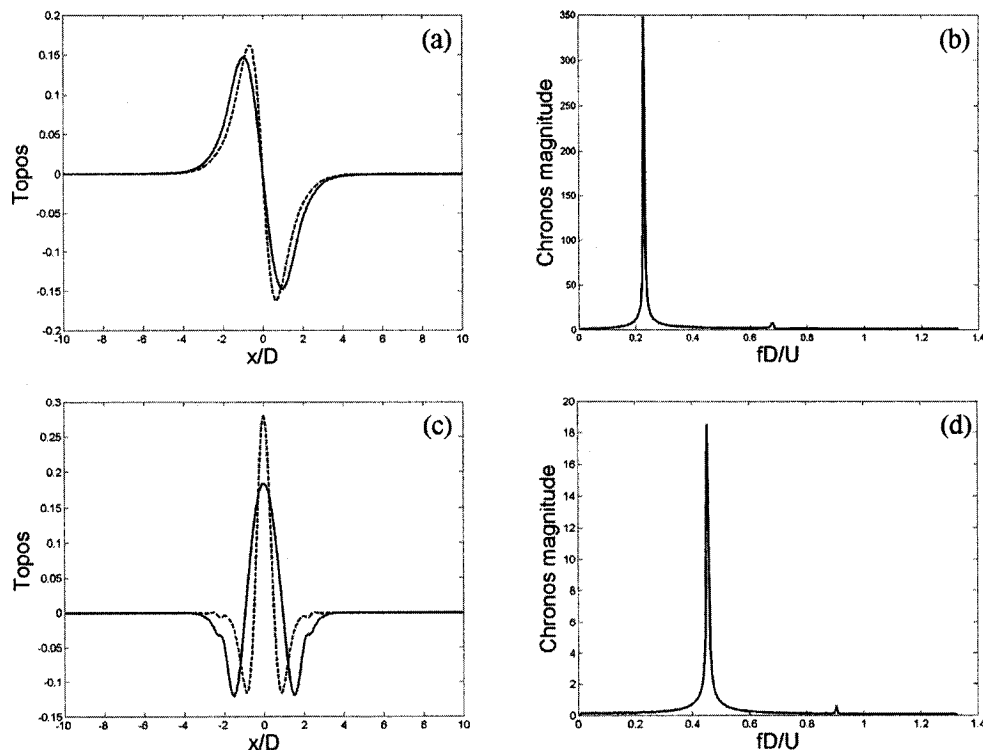


Figure 4.3. Décomposition POD du sillage  $10D$  en aval du cylindre fixe dans le cas d'une simulation avec modèle de turbulence. (a) *Topos* et (b) *chronos* du premier mode, (c) *topos* et (d) *chronos* du second mode. (--) *topos* sans modélisation de la turbulence.

Ainsi, d'après les *topos* montrés en Figure 4.3(a) et (c), les mêmes modes sont retrouvés lorsqu'on compare les résultats obtenus lors de l'analyse POD de l'écoulement simulé sans modèle de turbulence (*topos* en pointillés) et ceux obtenus avec modèle de turbulence. Ceci au regard du nombre de Strouhal trouvé dans chaque cas.

La réponse périodique de l'écoulement en aval du cylindre simulée avec modélisation de la turbulence est maintenant utilisée en tant qu'écoulement initial dans le cas d'un forçage à  $A/D=0.25$ . Etant donné que l'on s'intéresse au forçage longitudinal avec un ratio de fréquence  $f_e/f_s=1$ , où  $f_e$  est la fréquence d'excitation et  $f_s$  est la fréquence de Strouhal, la fréquence d'excitation est donc calculée en fonction du

nombre de Strouhal trouvé dans le cas de la simulation numérique de l'écoulement avec modèle de turbulence.

#### 4.3 Simulation numérique dans le cas de forçage à $A/D=0.25$

La simulation numérique de l'écoulement en aval du cylindre soumis à des oscillations sinusoïdales forcées longitudinales à une fréquence  $f_e/f_s=1$  a été effectuée. La réponse stationnaire de l'écoulement est analysée ci-dessous.

L'analyse du champ de vorticité de l'écoulement en aval de l'écoulement met en évidence un mode de tourbillons  $P+S$  dans le sillage. On observe le même mode de tourbillons que dans le cas de la simulation numérique sans modèle de turbulence. A des fins de comparaison, quatre graphiques, de (a)   (d), représentant le champ de vorticité enregistré tous les  $1/8$  de périodes d'oscillation du cylindre dans le cas d'une simulation avec modèle de turbulence sont regroupés et montrés dans la Figure 4.4 à côté de leurs équivalents dans le cas d'une simulation sans modèle de turbulence de (e)   (h). Cette figure met en évidence une dynamique de formation des tourbillons très proche dans les deux cas de simulation. Théoriquement, il existe deux modes  $P+S$  possibles, dont chacun est l'image de l'autre par réflexion par rapport à un axe horizontal passant par le cylindre. Chaque cas présenté Figure 4.4 correspond à une des solutions possibles. De plus, une plus grande diffusion des tourbillons est observée dans le cas de la simulation avec modèle de turbulence.

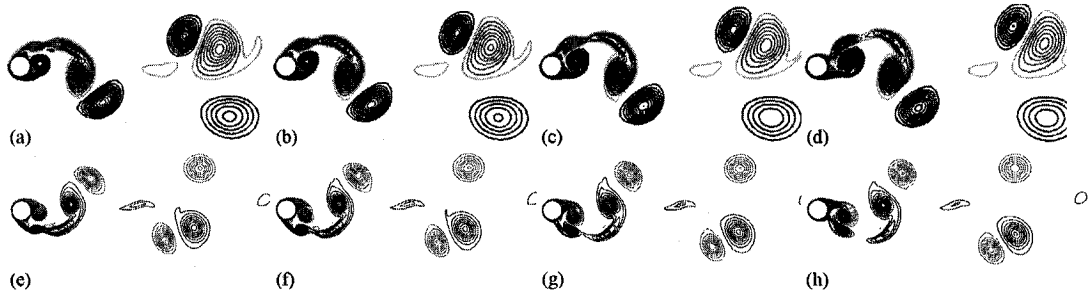


Figure 4.4. Champ de vorticité de l'écoulement en aval du cylindre soumis à des oscillations forcées à  $V_r=5$  et  $A/D=0.25$ . Les figures ont été enregistrées tous les  $1/8$  de période d'oscillation du cylindre dans le cas d'une simulation avec modèle de turbulence ((a) à (d)) et sans modèle de turbulence ((e) à (h)).

L'évolution temporelle des coefficients des forces de traînée et de portance ainsi que la décomposition fréquentielle du coefficient de portance montrées à la Figure 4.5(a), mettent en évidence une périodicité de la force appliquée par le fluide sur le cylindre dont la fréquence est égale à  $f_e/2$ . Cette périodicité est confirmée par la trajectoire de la force appliquée par le fluide sur le cylindre (Figure 4.5(b)). On note aussi l'asymétrie de la force en rapport avec le mode de tourbillons  $P+S$ . En comparant la trajectoire de la force appliquée par le fluide sur le cylindre dans les deux cas de simulation (Figure 4.5(b)), ces deux trajectoires images l'une de l'autre par réflexion sont, en dehors de leurs asymétries communes, différentes. La moyenne du coefficient de force de traînée  $C_{D,moy}$  et la valeur efficace du coefficient de force de portance  $C_{L,rms}$  dans le cas de la simulation avec modèle de turbulence sont plus faibles que les valeurs calculées dans le cas de la simulation sans modèle de turbulence. Cette différence est caractéristique de l'influence de la turbulence sur l'écoulement.

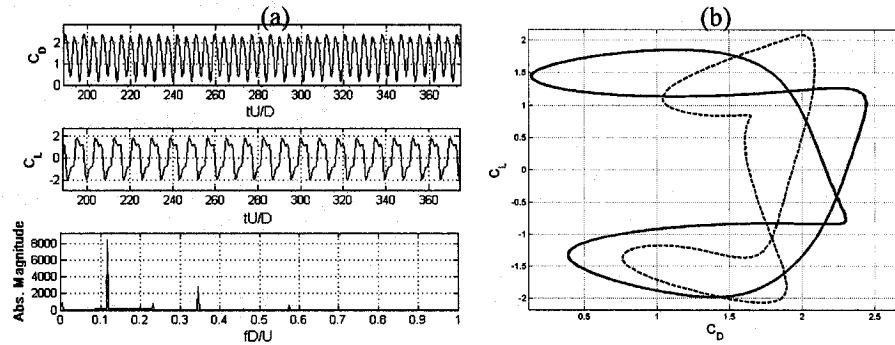


Figure 4.5. (a). Evolution temporelle des forces de traînée et de portance et décomposition fréquentielle de la force de portance. (b). Trajectoire de la force en fonction du mouvement du cylindre pour  $A/D=0.25$  dans le cas de simulation numérique avec ou sans (trait en pointillé) modèle de turbulence.

L'analyse POD de l'écoulement 10D en aval du cylindre a été effectuée pour être comparée avec les résultats obtenus sans modèle de turbulence. Les *topos* et *chronos* obtenus pour les deux premiers modes sont rassemblés dans la Figure 4.6. Comme lors de la simulation sans modèle de turbulence, on retrouve principalement deux modes lors de la décomposition POD de l'écoulement. Ils contiennent 97 % de l'énergie fluctuante (respectivement 87 % et 10 %). Les modes ont des *topos* asymétriques et la décomposition fréquentielle de leurs *chronos* met en évidence la fréquence principale du sillage et la fréquence du forçage, ainsi que leurs harmoniques. Comparés aux résultats obtenus lors de l'analyse POD de l'écoulement simulé sans modèle de turbulence, dont les *topos* sont montrés en pointillés dans les Figures 4.6(a) et (c), les mêmes modes sont retrouvés dans le cas de l'écoulement avec modèle de turbulence. En effet, au regard du nombre de Strouhal trouvé dans chaque cas, les modes principaux ont les mêmes caractéristiques spatio-temporelles. Etant donné la symétrie par réflexion entre les modes  $P+S$  trouvés dans les deux types de simulations, à des fins de comparaisons, l'image par réflexion par rapport à l'axe  $x=0$  des *topos* est tracée en pointillés plutôt que les *topos* eux-mêmes (Figure 4.6). La forme des *topos* est très semblable pour les deux types de simulation mis à part qu'ils sont plus diffus dans le cas de la simulation avec modèle de turbulence.

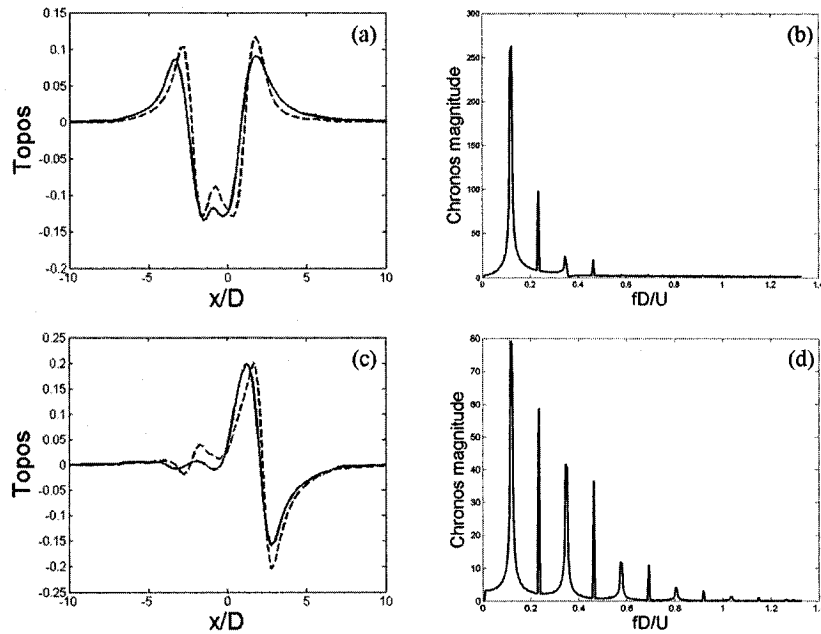


Figure 4.6. Décomposition POD du sillage  $10D$  en aval du cylindre soumis à des oscillations forcées à  $V_r=5$  et  $A/D=0.25$  pour une simulation avec modèle de turbulence. (a) *Topos* et (b) *chronos* du premier mode, (c) *topos* et (d) *chronos* du second mode. (--) *topos* respectifs sans modélisation de la turbulence.

En dépit des différences précisées ci-dessus, le cas de simulation de forçage avec modélisation de la turbulence valide l'hypothèse de simulation sans modèle de turbulence telle qu'effectuée dans la partie précédente, puisque les résultats sont les mêmes qualitativement et proches quantitativement. Etant donné que l'on s'intéresse à l'effet de la perturbation forcée sur l'écoulement tourbillonnaire en aval du cylindre, les résultats obtenus dans la partie précédente sans modèle de turbulence sont satisfaisants. Le même mode  $P+S$  a été mis en évidence dans les deux cas de simulations. La robustesse de la décomposition POD aux différentes conditions de simulation numérique, soit, dans le cas présent, avec ou sans modélisation de la turbulence, a été vérifiée. En conclusion, la vérification des résultats par comparaison avec la simulation numérique utilisant un modèle de turbulence valide l'hypothèse du chapitre 3, selon laquelle la turbulence de l'écoulement était négligeable au regard des mécanismes d'interaction fluide-structure en jeu.

## CHAPITRE V

### COMPLÉMENTS DE RÉSULTATS PAR ANALYSE DU FORÇAGE LONGITUDINAL À $Re=100$

Le chapitre III contient l'analyse du forçage de l'écoulement pour  $Re=1000$ . En complément de cette partie, l'analyse du forçage de l'écoulement est effectuée pour  $Re=100$ . Les résultats sont présentés pour des amplitudes variant entre 0 et  $0.6D$ . Dans un premier temps, l'effet du forçage sur le nombre de Strouhal est mis en évidence. Puis la dynamique de la force appliquée par le fluide sur le cylindre en fonction de l'amplitude est détaillée; le sillage est décrit dans le cas de modes de tourbillons périodiques. Enfin, les résultats issus de la décomposition POD de l'écoulement en aval du cylindre sont présentés. Les différences entre les réponses trouvées à chaque nombre de Reynolds sont soulignées tout au long de ce chapitre.

#### 5.1 Variation du nombre de Strouhal

L'évolution de la fréquence principale de la force de portance, et du nombre de Strouhal en fonction de l'amplitude des oscillations est tracée à la Figure 5.1. Elle montre une diminution de  $St$  quand l'amplitude des oscillations augmente.  $St$  baisse d'environ 30% quand  $A/D=0.6$ . A  $Re=1000$ ,  $St$  diminue de 50% dès  $A/D=0.15$ . Il reste constant pour des amplitudes d'oscillation supérieures.

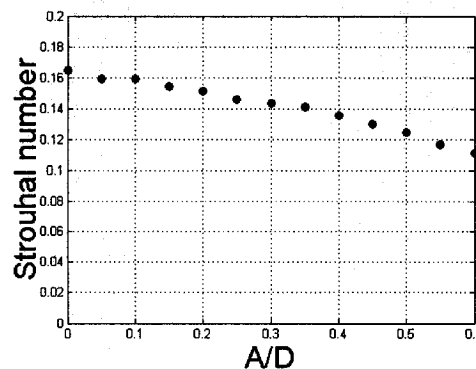


Figure 5.1. Evolution de  $St$  en fonction des amplitudes d'oscillations à  $Re=100$ .

## 5.2 Effet du forçage sur la force appliquée par le fluide sur le cylindre

Dans cette partie, la force appliquée par le fluide sur le cylindre aux différentes amplitudes est tracée en fonction de la position de celui-ci. L'évolution temporelle et la décomposition fréquentielle de la force de portance sont analysées. L'effet des oscillations du cylindre sur les variations de la force due au fluide est décrit.

Pour de faibles amplitudes d'oscillations, les coefficients de portance et de traînée ont une réponse quasi-harmonique et une amplitude d'oscillation augmentant avec  $A$  (Figure 5.2). La décomposition fréquentielle de la force de portance met en évidence la présence d'une fréquence secondaire expliquant la faible oscillation sur une longue période de l'enveloppe de la portance. L'amplitude de cette fréquence secondaire augmente avec  $A$  (Figures 5.2(d) et 5.3(d)). Elle est particulièrement visible en  $A/D=0.25$ .

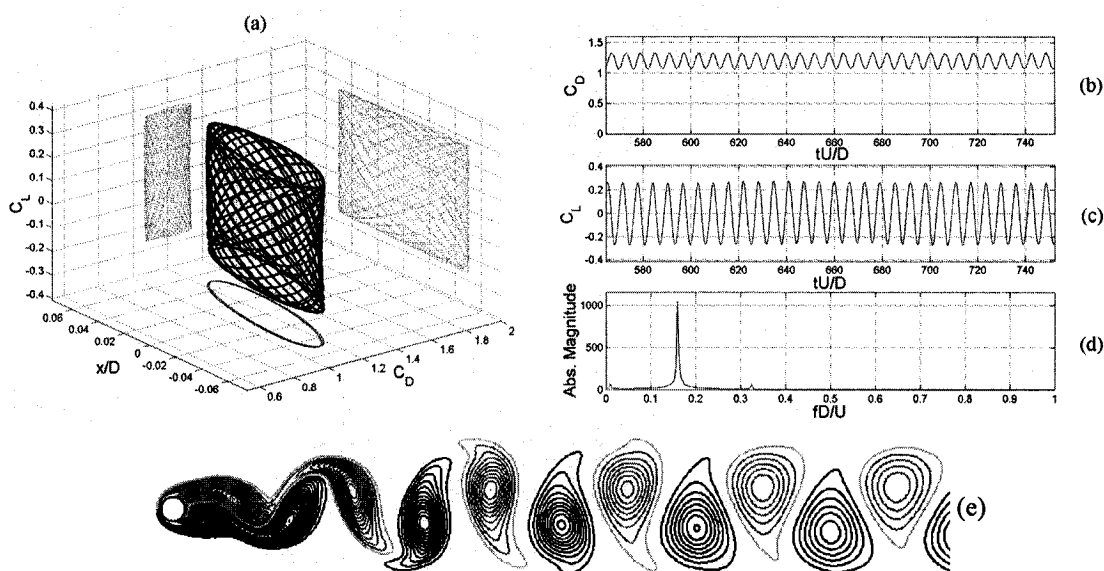


Figure 5.2. (a) Trajectoire de la force adimensionnée le long du mouvement du cylindre pour  $A/D=0.05$ . Evolutions temporelles des coefficients de (b) traînée et de (c) portance. (d) Décomposition fréquentielle de la force de portance. (e) Champ de vorticité en aval du cylindre.

Augmenter les amplitudes d'oscillation accroît l'amplitude des fréquences secondaires. L'évolution temporelle du coefficient de portance et sa décomposition fréquentielle quand  $A/D=0.25$  (Figures 5.3(c) et (d)) montrent cette augmentation de l'amplitude de la fréquence secondaire. La force de traînée reste très proche d'une oscillation harmonique comme le confirme la projection sur le plan  $(x/D, C_D)$  de la force appliquée par le fluide sur le cylindre (Figure 5.3(a)). L'augmentation de l'amplitude des oscillations a pour effet de désorganiser le sillage. Le sillage de tourbillons pour  $A/D=0.25$  (Figure 5.3(e)) est plus perturbé que celui correspondant à  $A/D=0.05$  (Figure 5.2(e)).

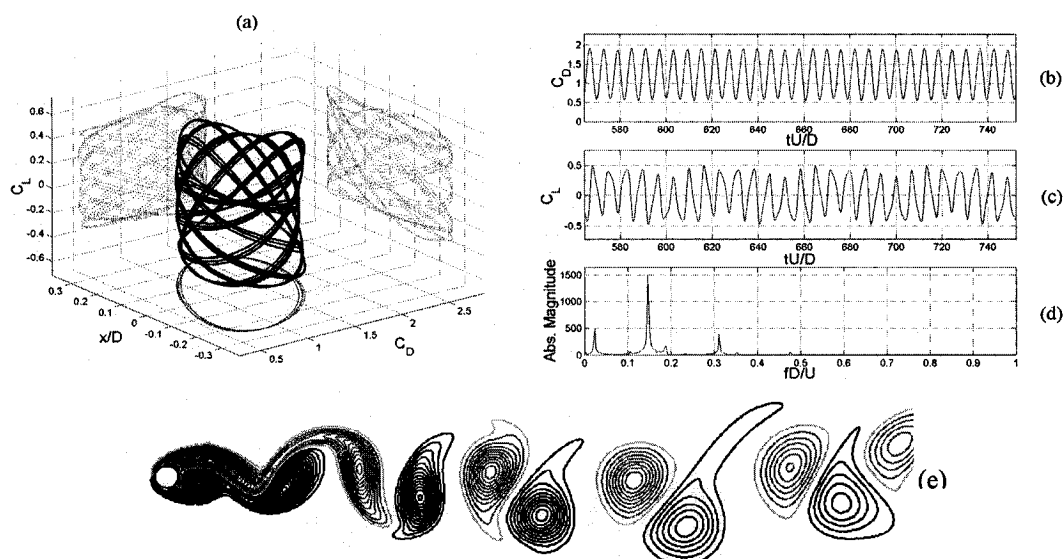


Figure 5.3. (a). Trajectoire de la force adimensionnée le long du mouvement du cylindre pour  $A/D=0.25$ . Evolutions temporelles des coefficients de (b) traînée et de (c) portance. (d) Décomposition fréquentielle de la force de portance. (e) Champ de vorticité en aval du cylindre.

Cette évolution de la réponse du sillage aux oscillations forcées se confirme en augmentant l'amplitude des oscillations, comme montré à la Figure 5.4 où  $A/D=0.4$ . Les pics des fréquences secondaires augmentent et l'évolution temporelle du coefficient de portance est plus perturbée. La plus grande perturbation du sillage est encore plus visible sur la Figure 5.4(e).



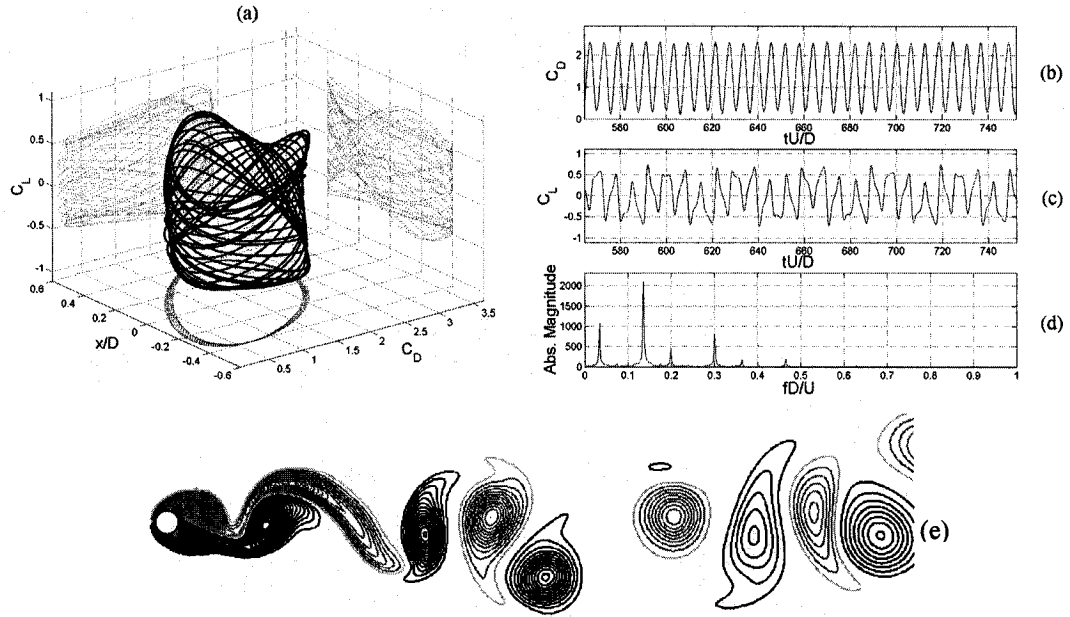


Figure 5.4. (a). Trajectoire de la force adimensionnée le long du mouvement du cylindre pour  $A/D=0.4$ . Evolutions temporelles des coefficients de (b) traînée et de (c) portance. (d) Décomposition fréquentielle de la force de portance. (e) Champ de vorticité en aval du cylindre.

La force appliquée par le fluide devient périodique pour une amplitude de  $0.5D$ . Le cycle qu'elle effectue a une période quadruple de celle des oscillations du cylindre. Les deux fréquences principales, observées dans la décomposition fréquentielle du coefficient de portance (Figures 5.2(d)   5.6(d)), se rapprochent au fur et à mesure que l'amplitude des oscillations augmente. Pour  $A/D=0.5$ , la décomposition fréquentielle du coefficient de portance, montrée à la Figure 5.5(d), donne les fréquences principales  $f_e/4$  et  $3f_e/4$ , avec  $f_e$  la fréquence d'excitation du cylindre. En augmentant l'amplitude des oscillations du cylindre, les fréquences principales obtenues lors de la décomposition fréquentielle de la portance tendent à se rejoindre vers la fréquence moitié de la fréquence d'excitation,  $f_e/2$ .

Un mode  $2P+2S$  est identifié dans le sillage du cylindre (Figure 5.5(e)). Une paire de tourbillons et un tourbillon simple sont lâ h s en aval du cylindre toutes les

deux périodes d'oscillations du cylindre, mais il faut quatre périodes d'oscillations pour revenir au début du cycle de lâcher de tourbillons. Le sillage possède une symétrie composée d'une réflexion et d'une translation sur deux longueurs d'onde d'oscillations du cylindre ( $2\lambda$ , où  $\lambda = U/f_e$ ). Pour rappel, le sillage en aval du cylindre fixe, mode  $2S$ , est invariant par composée d'une réflexion et d'une translation sur une demi longueur d'onde,  $\lambda/2$ .

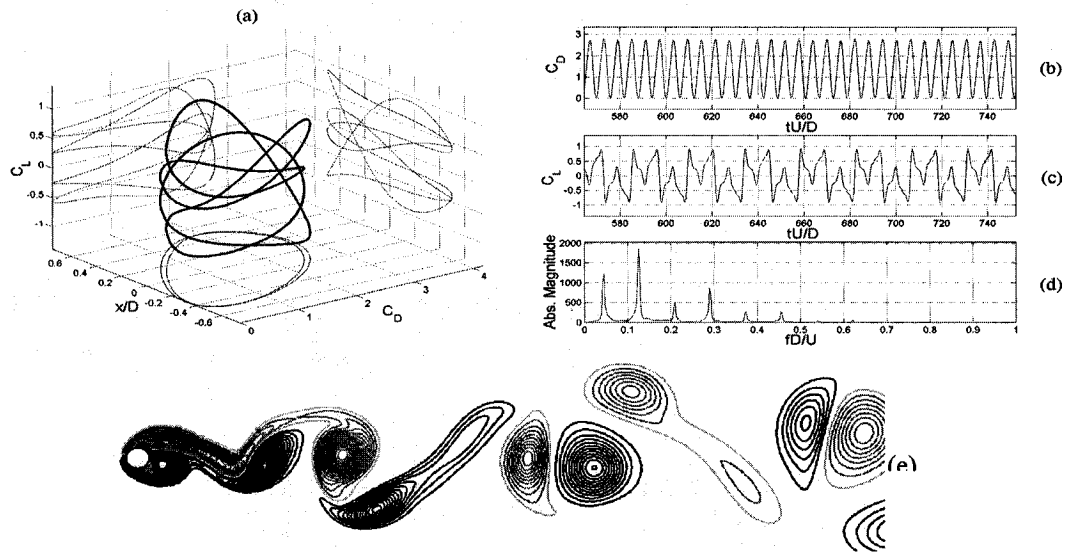


Figure 5.5. (a). Trajectoire de la force adimensionnée le long du mouvement du cylindre pour  $A/D=0.5$ . Evolutions temporelles des coefficients de (b) traînée et de (c) portance. (d) Décomposition fréquentielle de la force de portance. (e) Champ de vorticité en aval du cylindre.

En  $A/D=0.6$  (Figure 5.6), le sillage est encore périodique, mais sa période est le triple de la période des oscillations du cylindre. Les fréquences principales se sont encore rapprochées de la fréquence moitié de celle obtenue dans le cas du cylindre fixe, et valent  $f_e/3$  et  $2f_e/3$ .

Le mode de tourbillons présent dans le sillage est  $2P+S$  (Figure 5.6(e)). Il a une périodicité égale à trois cycles d'oscillation du cylindre. Le sillage a perdu sa symétrie composée réflexion–translation au profit d'une symétrie par translation sur trois cycles ( $3\lambda$ ).

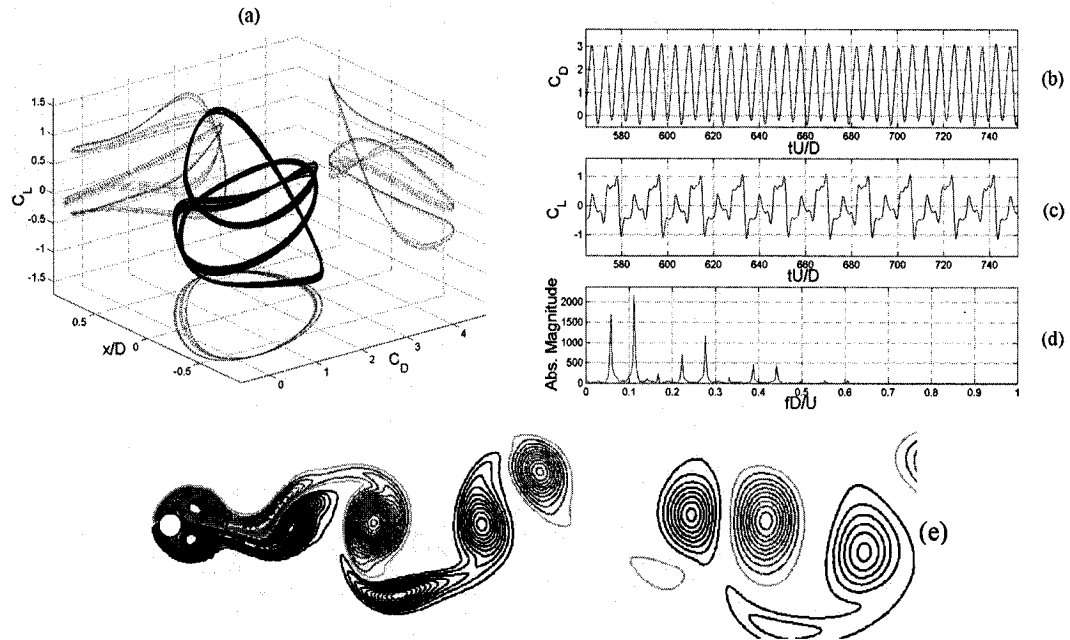


Figure 5.6. (a). Trajectoire de la force adimensionnée le long du mouvement du cylindre pour  $A/D=0.6$ . Evolutions temporelles des coefficient de (b) traînée et de (c) portance. (d) Décomposition fréquentielle de la force de portance. (e) Champ de vorticité en aval du cylindre.

L'analyse de la réponse de l'écoulement en aval du cylindre en fonction de l'amplitude des oscillations met en évidence deux fréquences principales dans le sillage, ainsi que leur évolution avec l'augmentation de l'amplitude des oscillations. Pour de très faibles amplitudes, on observe un pic principal égal à la fréquence de lâcher des tourbillons, et un pic secondaire impliquant la réponse quasi-harmonique du sillage. L'augmentation de l'amplitude des oscillations induit une augmentation de l'intensité du pic secondaire dans la décomposition fréquentielle du coefficient de portance, ainsi que le déplacement de ces deux fréquences qui se rapprochent toutes les deux de  $f_s/2$ . L'évolution des fréquences principales en fonction de  $A$  montre que les deux fréquences principales se rapprochent de  $f_s/2$ . Les deux modes de tourbillons obtenus,  $2P+2S$  et  $2P+S$ , s'expliquent en tant que cas particuliers du forçage. Les fréquences principales associées observées dans la décomposition fréquentielle du

coefficient de portance (Figure 5.5(d) et 5.6(d)) sont des ratios particuliers de  $f_e$ . Ceci explique la périodicité de la réponse de l'écoulement en  $A/D=0.5$  et  $A/D=0.6$ .

La comparaison des réponses de l'écoulement à  $Re=100$  et  $Re=1000$  met en évidence les comportements différents du sillage mis à part à de faibles amplitudes. En effet, les comportements de l'écoulement à  $Re=100$  et  $Re=1000$  pour de faibles amplitudes d'oscillations sont proches; on observe dans les deux cas une réponse quasi-harmonique de l'écoulement. Toutefois, la plage de réponse quasi-harmonique est beaucoup plus faible à  $Re=1000$ . En revanche, à  $Re=1000$ , l'écoulement a une plus grande réponse aux oscillations forcées pour des amplitudes supérieures. Des bifurcations successives du sillage ont été observées menant aux modes de tourbillons  $S$  et  $P+S$ . Dans le cas de  $Re=100$ , la réponse quasi-harmonique de l'écoulement persiste et l'augmentation de l'amplitude des oscillations se traduit par le déplacement des deux fréquences principales de l'écoulement. Les deux modes mis en évidence pour de grandes amplitudes ont été expliqués en tant que cas particuliers de la réponse.

Afin de mettre en évidence la différence des réponses d l'écoulement aux deux nombres de Reynolds, l'analyse POD de la réponse à  $Re=100$  est présentée dans la section suivante.

### 5.3 Analyse POD de l'écoulement

L'écoulement en aval du cylindre pour  $Re=100$  est analysé par la méthode POD comme dans le cas  $Re=1000$ . La partie suivante décrit les résultats issus de la décomposition orthogonale propre.

La décomposition POD de l'écoulement à une distance  $10D$  en aval du cylindre fixe est montrée à la Figure 5.7. Le premier mode, représentant 97% de l'énergie fluctuante, est antisymétrique et oscille harmoniquement à la fréquence  $f_s$ . Le deuxième mode représente 2% de l'énergie fluctuante. Il est symétrique et oscille à la fréquence  $2f_s$ . Les modes suivants sont considérés négligeables. Comme à  $Re=1000$ ,

le sillage de tourbillons est la somme de deux modes, le premier antisymétrique oscillant à la fréquence de lâcher des tourbillons, et le deuxième symétrique oscillant à une fréquence double. Cependant, les *topos* (Figure 5.7(a) et (c)) sont plus diffus à  $Re=100$  et le premier mode contient 99% de l'énergie fluctuante à  $Re=1000$ .

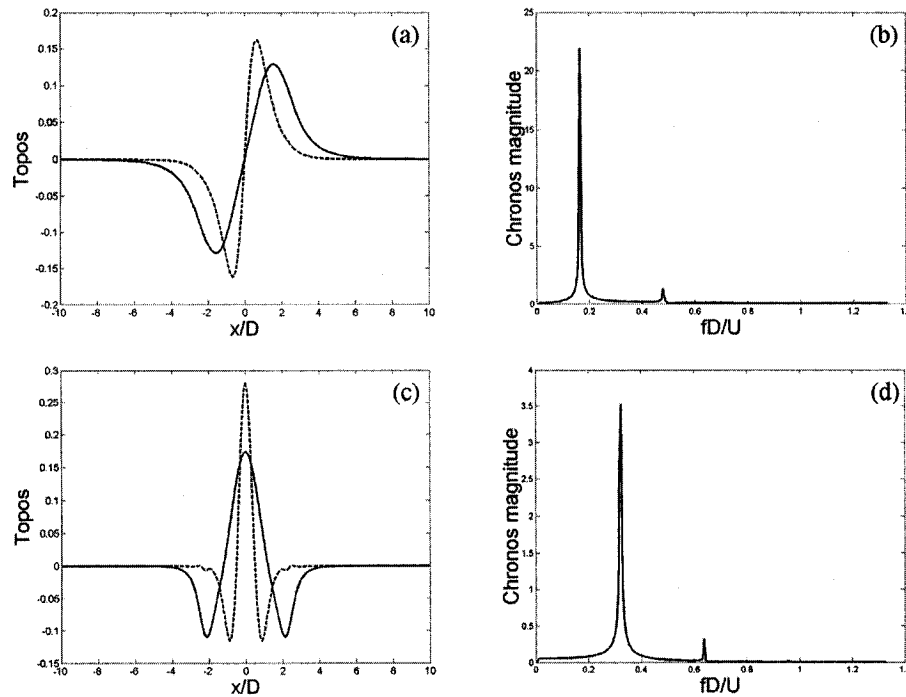


Figure 5.7. Décomposition POD de la traînée  $10D$  en aval du cylindre fixe dans le cas d'une simulation à  $Re=100$ . (a) *Topos* et (b) *chronos* du premier mode, (c) *topos* et (d) *chronos* du second mode. (--) *topos* respectifs trouvés à  $Re=1000$ .

L'ajout de la perturbation symétrique, que représentent les oscillations forcées du cylindre dans le sens longitudinale à une fréquence d'excitation,  $f_e$ , égale à celle des lâchers de tourbillons dans le sillage, influe sur la décomposition POD de l'écoulement fluctuant. A de faibles amplitudes,  $A/D=0.05$ , cette excitation a pour effet de perturber le second mode de la décomposition POD par rapport à celui trouvé dans le cas du cylindre fixe, on observe l'apparition d'un second pic dans la décomposition fréquentielle du second mode. Ce second pic est à la fréquence de l'excitation harmonique,  $f_e$ . Le premier mode est toujours antisymétrique, le second

est symétrique. L'énergie contenue dans le second mode représente maintenant 4% de l'énergie de l'écoulement fluctuant. Le forçage excite et accroît l'énergie contenue dans le second mode issu de la POD.

Continuer d'augmenter l'amplitude des oscillations augmente l'énergie contenue dans le second mode qui représente 10% de l'écoulement fluctuant pour  $A/D=0.25$ . Les deux premiers modes issus de la décomposition POD sont montrés à la Figure 5.8. Les deux premiers modes conservent leurs symétries, respectivement antisymétrique pour le premier mode et symétrique pour le second mode. Le second mode oscille principalement à la fréquence des oscillations du cylindre avec quelques fréquences secondaires, le forçage a aussi pour effet d'élargir le *topos*. Le premier mode oscille aux fréquences trouvées dans la décomposition fréquentielle de la force de portance appliquée au cylindre. La présence de ces deux fréquences, qui se rapprochent en augmentant l'amplitude d'oscillation, dans le *chronos* du premier mode, est observée dans l'analyse POD effectuée pour des amplitudes supérieures. Un troisième mode émerge dans la décomposition POD, il représente 2% de l'énergie de l'écoulement fluctuant. Il est antisymétrique et la décomposition fréquentielle de son *chronos* est plus complexe.

A une amplitude d'oscillations  $A/D=0.4$ , les *topos* des trois modes principaux n'ont pas changé, leur proportion énergétique non plus. En revanche, la décomposition fréquentielle de leurs *chronos* est composée des mêmes deux fréquences explicitées ci-dessus pour le premier mode alors que les *chronos* des deuxième et troisième modes n'ont plus de décomposition fréquentielle distincte. On retrouve cependant la fréquence d'excitation,  $f_e$ , dans le *chronos* du second mode.

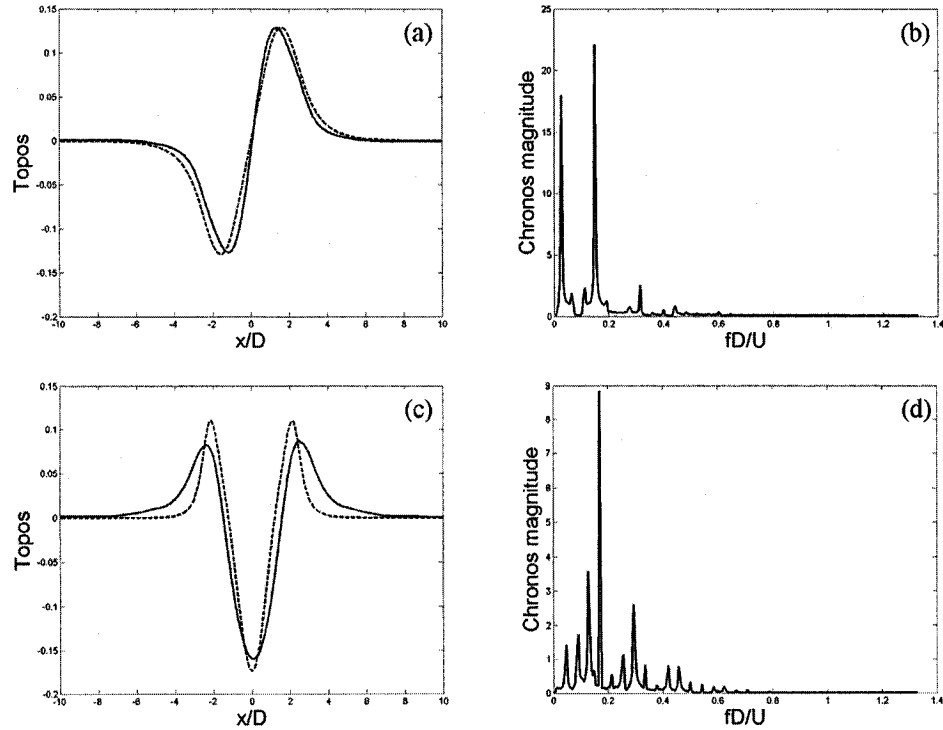


Figure 5.8. Décomposition POD du sillage  $10D$  en aval du cylindre oscillant à  $A/D=0.25$  dans le cas d'une simulation à  $Re=100$ . (a) *Topos* et (b) *chronos* du premier mode, (c) *topos* et (d) *chronos* du second mode. (--) *topos* respectifs trouvés dans le cas du cylindre fixe.

Pour des oscillations d'amplitude  $A/D=0.5$ , une réponse périodique a été trouvée dans l'analyse des forces appliquées par le fluide sur le cylindre ainsi qu'en observant le sillage de tourbillons en aval du cylindre. La décomposition POD de l'écoulement donne principalement deux modes contenant 85% et 10% de l'énergie fluctuante. Le premier est toujours un mode antisymétrique avec le même *topos* que pour de plus faibles amplitudes. La décomposition fréquentielle de son *chronos* est quasi-harmonique avec deux fréquences principales, la première est égale à  $f_e/4$  et la seconde est  $3f_e/4$ . Le second mode est symétrique avec un *topos* un peu plus diffus qu'à  $A/D=0.25$ . Son *chronos* est composé de deux fréquences, la première est égale à  $f_e/2$  et la seconde est  $f_e$ . Le troisième mode est symétrique, la décomposition

fréquentielle de son *chronos* fait apparaître principalement trois fréquences,  $f_e$ ,  $f_e/2$  et  $3f_e/2$ , il ne contient que 2% de l'énergie.

Un autre état périodique est obtenu pour des amplitude d'oscillations valant  $A/D=0.6$ , l'analyse POD est montrée Figure 5.9. Les trois modes principaux sont asymétriques. Le premier mode, représentant environ 88% de l'énergie fluctuante, est composé des deux mêmes fréquences principales qu'en  $A/D=0.5$ . La décomposition fréquentielle du *chronos* du premier mode est quasi-harmonique avec deux fréquences principales, la première est égale à  $f_e/3$  et la seconde est  $2f_e/3$ . Le *chronos* du second mode contient les mêmes fréquences avec en plus celle du forçage de l'écoulement. Le *chronos* du troisième mode a pour fréquence principale  $f_e/3$ .

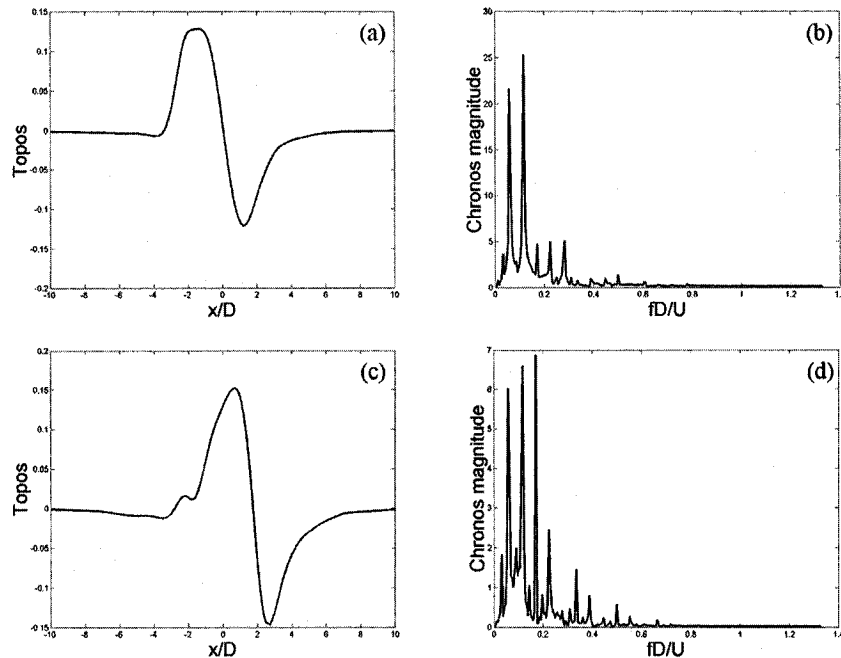


Figure 5.9. Décomposition POD du sillage  $10D$  en aval du cylindre oscillant à  $A/D=0.6$  dans le cas d'une simulation à  $Re=100$ . (a) *Topos* et (b) *chronos* du premier mode, (c) *topos* et (d) *chronos* du second mode.

L'analyse POD a permis de mettre en évidence l'effet du forçage de l'écoulement. Pour de faibles amplitudes, celui-ci excite le second mode symétrique comme le montre la présence de la fréquence d'excitation,  $f_e$ , dans la décomposition



fréquentielle du *chronos* du second mode. Cette fréquence devient même la fréquence principale du second mode. Ce forçage a pour effet de déstabiliser le second mode et induit l'apparition d'une fréquence secondaire dans le premier mode. En effet, on retrouve les deux fréquences principales, observées dans la portance et se rapprochant de  $f_e/2$ , dans le *chronos* du premier mode. Il a été ensuite mis en évidence une déstabilisation des modes symétriques et antisymétriques vers de modes asymétriques de la même manière que cela a été observé en ce qui concerne la transition entre les modes de tourbillons correspondants. Ces transitions sont le résultat d'un forçage symétrique de l'écoulement.

Par comparaison avec les résultats observés à  $Re=1000$ , il semble important de rappeler que  $St$  a diminué de 30% à  $A/D=0.6D$ . Cela correspondrait à  $A/D=0.125$  dans le cas où  $Re=1000$ , si l'on suppose une même réponse de l'écoulement. Il apparaît donc que le sillage répond beaucoup moins aux perturbations à  $Re=100$ . Dans les deux cas, on remarque que le forçage, à de faibles amplitudes, excite en premier le second mode, issu de la décomposition POD où un pic à  $f_e$  apparaît dans le *chronos*. L'apparition du pic à  $f_e$  est plus évident à  $Re=100$  qu'à  $Re=1000$  puisque la réponse quasi-harmonique de l'écoulement aux perturbations persiste sur une plage d'amplitude d'oscillations plus grande. Ce forçage du second mode perturbe ensuite le premier mode. C'est à partir de la perturbation des deux modes que les comportements des deux sillages diffèrent. A  $Re=1000$ , on obtient ensuite une réponse chaotique du sillage et une décomposition POD où les modes sont asymétriques avec une décomposition fréquentielle complexe. A  $Re=100$ , le sillage a toujours une réponse quasi-harmonique et l'on observe même des modes de tourbillons à certaines amplitudes d'oscillations particulières. L'analyse POD met en évidence une perte de symétrie des *topos* mais leur décomposition fréquentielle est composée de fréquences distinctes.

Le forçage de l'écoulement, qui n'a pas le même effet sur le sillage aux deux nombres de Reynolds, agit différemment dans la perturbation des modes issus de la POD.

**CHAPITRE VI ARTICLE:**  
**PROPER ORTHOGONAL DECOMPOSITION**  
**BASED ANALYSIS OF THE COUPLING MECHANISM**  
**BETWEEN**  
**AN OSCILLATING CYLINDER AND ITS WAKE FLOW**

Soumis à *Computers & Fluids* au mois de mai 2006.

**6.1 Titre du manuscrit**

Proper orthogonal decomposition based analysis of the coupling mechanism between an oscillating cylinder and its wake flow

**6.2 Auteur et co-auteur**

Mathieu Rodriguez et Njuki.W. Mureithi

**6.3 Abstract**

Numerical simulation and Proper Orthogonal Decomposition (POD) are used to understand aspects of vortex wake mode bifurcation in Vortex Induced Vibrations. This study focuses on the coupling mechanism between a cylinder under forced oscillation and its wake flow. The goal is to understand the wake flow evolution as the amplitude of stream-wise forcing of the cylinder is increased. A finite volume method is used to simulate the wake flow downstream of a cylinder forced to oscillate harmonically ( $f_o/f_s=1$ ) in the stream-wise direction at  $Re=1000$ . Different dynamics of the wake flow are exhibited and periodic responses are identified in terms of vortex wake modes downstream of the cylinder. POD is shown to be capable of extracting spatio-temporal structures in the wake flow. A reflection-symmetric secondary mode in the wake of the fixed cylinder has been identified and its role in the wake flow evolution, as the cylinder oscillation amplitude is increased, described. Modal

interactions between the symmetric and antisymmetric spatio-temporal modes in the wake and their perturbation via the forcing explain the bifurcations observed in the wake flow. POD has been confirmed to be an important tool for the analysis of large spatio-temporal systems. POD here leads to useful findings applicable to the more general problem of Vortex-Induced Vibrations.

#### **6.4 Keywords**

Bifurcations, Cylinder wake, Forced oscillations, Proper Orthogonal Decomposition (POD), Vortex shedding, Wake symmetry.

#### **6.5 Introduction**

The problem of Vortex-Induced Vibrations (VIV) has been studied during the last decades by a large number of researchers. The reason comes from the variety of phenomena observed and the number of questions unsolved. VIV is a strong coupling between a fluid flow and a structure, usually a bluff body. On the one hand, the destabilisation of the wake downstream of the body induces vortex shedding which excites the structure via the pressure fluctuations due to the successive separations and reattachments of the flow on the structure. On the other hand, the mechanism of separation and reattachment of the boundary layer is closely related to and influenced by the structure acceleration relative to the flow, thus vibrations.

In that sense, the mode of vortex shedding occurring in the wake of the cylinder depending on the characteristics of its vibrations (direction, frequency, amplitude) looks to be a key point in understanding VIV. Many vortex wake modes have been observed having different spatio-temporal symmetries and their transitions explain some of the observed phenomena. For example, as first observed by Williamson & Roshko [1] and then confirmed by Brika & Laneville [2-3], the jump in the cylinder's response amplitude as the synchronisation frequency is passed, coinciding with sudden appearance of a  $\pi$  phase difference between the cylinder's movement and the fluid force, is due to the transition from the  $2S$  mode of vortex

shedding to the  $2P$  mode. The terminology used here to describe vortex wake modes was introduced by Williamson & Roshko [1] who described vortex wake modes in terms of the number of single ( $S$ ) vortices and pairs ( $P$ ) of vortices shed every cycle of oscillation of the cylinder. In their study, Williamson & Roshko [1] drew a map of vortex wake modes occurring in the wake, induced by forced transverse oscillations of the cylinder, depending on the amplitude and the frequency of oscillation of the cylinder. Also interested in vortex wake modes occurring in the wake depending on the direction, the frequency and the amplitude of forced oscillations of the cylinder, Ongoren & Rockwell [4] have shown a competition between different vortex wake modes. They found symmetric wakes, intermittently symmetric then antisymmetric wakes, symmetric then antisymmetric vortex modes while convecting downstream in the wake and antisymmetric vortex wake modes depending on the characteristics of perturbation. The symmetric mode is induced by the streamwise component of the excitation while the antisymmetric mode is as much the consequence of the transverse component of the perturbation as the feedback influence of the recovered von Karman wake far downstream. The influence of the spatio-temporal properties of the excitation on the wake has also been shown. These results corroborate the idea of a modal interaction in the cylinder's wake between a mode issued from the forcing and a mode resulting from the global destabilisation of the wake flow giving the von Karman wake.

The goal of the present study is to use numerical methods in order to investigate the modal competition in the wake. The vortex wake flow dynamics downstream of the stream-wise forced oscillating cylinder has already been investigated numerically, Rodriguez & Mureithi [5]. The resulting dynamics of the fluid lift and drag forces on the cylinder has been linked to the different vortex wake modes observed downstream of the cylinder. Forced oscillations lead to periodic, quasi-periodic and chaotic responses depending on the amplitude of oscillation of the cylinder. Different vortex wake modes have also been identified and described. Symmetry related bifurcations both in the computed fluid force dynamics as well as in

the vortex wake patterns were identified. These results are now used to produce the numerical data to analyse by POD decomposition.

The first part of this paper is a recap of the numerical methods used to simulate the flow and their validation. In the present study, a finite volume method has been used to solve the Navier Stokes equations. The possibility of reproducing some important phenomena arising in VIV has already been demonstrated. For example, the numerical reproduction of the phase switch of vortex shedding at the lock-in frequency in the case of forced transverse oscillations has been done by Lu & Dalton [6] using a finite difference method to solve the two dimensional Navier Stokes equations. Blackburn & Henderson [7] simulated the two dimensional flow past a cylinder undergoing forced transverse oscillations to explain the mechanisms responsible for the phase shift in the vortex shedding around the Karman vortex shedding frequency. To do that, they determined the sign of energy transfer between the fluid and the structure as a function of the characteristics of the forced oscillations. They observed  $2S$  and  $P+S$  modes but not the  $2P$  mode. More recently, Nobari & Naderan [8] presented numerical results from finite element simulations of the flow past a cylinder subjected to forced oscillations in cross or inline directions in which they compared wake patterns and mean drag coefficients to experimental results.

The second part of the present study is the development of a Proper Orthogonal Decomposition analysis to detect coherent structures in the wake flow, here spatio-temporal modes. Observation of velocity and pressure fields gives information on the vortex wake mode. Frequency decomposition of the fluid force acting on the cylinder helps understanding the dynamics of the flow in term of periodic, quasi-periodic, chaotic responses and so on. To understand the modal competition in the wake, a higher level of observation of the flow dynamics is needed to isolate spatio-temporal modes in the wake. The POD yields a set of orthogonal spatial modes in the wake and their associated temporal counterparts. This modal decomposition is a way to get a low dimensional description of the flow dynamics that explain the coupling mechanism between the flow and the forced cylinder, or in other

words, the effects of the stream-wise perturbation on the wake flow. Among the important contributors to the technique, Holmes et al. [9] give a synthesis on the POD method and its application in the field of turbulent flows. Emphasis is given, in the present study, on disciplines using POD, the goal of the decomposition and its application in the case of numerical data, thus a discrete signal.

Results from numerical simulations are presented in the third part. The observed wake dynamics are detailed depending on the perturbation parameter. Vortex wake modes, observed at certain ranges of amplitude of oscillation of the cylinder, are described in terms of pattern and spatio-temporal symmetry. Then, POD is applied on the results and insights into the dynamics resulting from the use of the method are compared with vortex wake modes and the fluid force dynamics. The modal decomposition of the wake and the excitation of modes via forcing are discussed.

In the last part of the paper, a Poincaré reduction of the first two POD modes provides data that can be used to determine unknown coefficients of an amplitude equation model. The latter model, derived by Mureithi et al. [10], is then shown to qualitatively “predict” the sequence of bifurcations observed in the wake flow.

## **6.6 Numerical simulation of the forced flow**

Numerical simulations have been carried out to obtain data to be used in the POD analysis. In order to simulate the flow downstream of the stream-wise forced oscillating cylinder, a finite volume method is used. The numerical method is described below. Then, convergence tests are presented and the case of the fixed cylinder is used to assure the accuracy of the computation results.

### **6.6.1 Numerical method**

Numerical simulations are performed using the CFD code Fluent. The two dimensional Navier Stokes equations (6.1) are solved using the finite volume method. The pressure interpolation is computed via the PRESTO scheme and the cell-centered

pressure based method uses the PISO algorithm. Equations are discretized with a second order upwind scheme for the convection term, a second order accurate central differencing scheme for the diffusion term and a second order implicit scheme for temporal integration.

The flow past the forced oscillating cylinder is computed in the cylinder non Galilean reference frame. The cylinder oscillates in the stream-wise direction at an amplitude,  $A$ , and a frequency,  $\omega$ , equation (6.2). Consequently, modelling of the forced cylinder is done using time dependent inertia forces (6.3) and boundary conditions (6.4). Simulation of the forced cylinder are all carried out at  $Re=1000$ .

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \\ \rho \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \nu \Delta \mathbf{u} + \text{Inertia forces} \end{cases} \quad (6.1)$$

$$x(t) = \rho A \sin \omega t \vec{e}_x \quad (6.2)$$

$$\text{Inertia forces} = \rho A \omega^2 \sin \omega t \vec{e}_x \quad (6.3)$$

$$\begin{cases} \text{Inflow and lateral sides b.c.: } u = U - A\omega \cos \omega t, v = 0 \text{ and } P = P_{atmo} \\ \text{Outflow b.c.: } u, \text{ free and } v, \text{ free and } \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad (6.4)$$

The simulated domain is rectangular with inflow boundary  $15D$  upstream from the cylinder to avoid its influence on the upstream pressure gradient. Outflow boundary is  $40D$  downstream, then a sufficiently long vortex wake can develop before being influenced by the outflow boundary. Lateral sides are  $20D$  from the cylinder.

At  $Re=1000$ , the fixed cylinder wake is three dimensional and turbulent, so some explanation is needed to justify the two dimensional simulations. As shown in Blevins [11], the spanwise correlation, for a rigid cylinder vibrating at resonance with vortex shedding, increases with the amplitude of oscillations. In fact, as justified in Blackburn & Henderson [7], the two-dimensional harmonic forcing of the cylinder will produce flows more two dimensional than the fixed cylinder wake. Furthermore,

the stochastic nature of turbulent three dimensional flows is not believed to be important vis-à-vis the primarily two dimensional mechanisms governing the fluid-structure interaction considered here.

In the next part, the structured mesh and the time step used in simulations are discussed then convergence tests are described while in the last part, the accuracy of results in the case of the fixed cylinder is discussed.

### 6.6.2 Convergence tests

A two dimensional structured mesh was generated. Special care was required in the meshing of the flow boundary layer on the cylinder which is excited by the oscillating cylinder. The sufficient accuracy with this mesh has been verified by comparing to a doubling refined mesh in both  $-x$  and  $-y$  directions. Variation of the Strouhal number between the two meshes, at  $Re=1000$ , was less than 1%. The resulting mesh has 260 000 elements (125 000 nodes and 135 000 cells). The time step has been chosen to capture the dynamics of vortex shedding and the cylinder's oscillations which have about the same period,  $T_e$ . To assure the accuracy of the simulations, the chosen time step was  $\Delta t = 1/100 T_e$ . Temporal convergence was ensured by comparing drag coefficient, lift coefficient and Strouhal number for a time step equal to  $\Delta t$  and  $\Delta t/2$ . Results are summarized in Table 6.1. The drag coefficient varies by less than 0.1% while the lift coefficient varies by 1.5% for  $Re=100$ . The variation of the drag coefficient is close to 0.5% and variation of the lift coefficient is less than 1% for  $Re=1000$ . The Strouhal number is insensitive to the time step. Temporal convergence was therefore confirmed.



Tableau 6.1. Comparison of lift coefficient, drag coefficient and Strouhal number for different time steps.

	<i>Re</i> = 100		<i>Re</i> = 1000	
Time step	$\Delta t_{Re=100} / 2$	$\Delta t_{Re=100}$	$\Delta t_{Re=1000} / 2$	$\Delta t_{Re=1000}$
<b>Drag <math>C_D</math></b>				
r.m.s	1.1983	1.1975	1.3538	1.3450
Mean	1.1983	1.1975	1.3465	1.3378
<b>Lift <math>C_L</math></b>				
r.m.s	0.1809	0.1775	0.9052	0.8964
St	0.1648	0.1648	0.2392	0.2392

### 6.6.3 Accuracy of the results

Simulations for the fixed cylinder case have been carried out for  $Re=100$ ,  $Re=500$  and  $Re=1000$ . The steady-state is analysed and results are compared to other computational and experimental data (Table 6.2). For each simulation, 10000 time steps are calculated and as the transient state lasts less than 5000 time steps, the last 5000 time steps are used to calculate the flow characteristics.

Results are compared to experimental data from Williamson [12] and Roshko [13] and other computations using different methods to solve the two dimensional Navier Stokes equations. Ku et al. [14] used a pseudo spectral method to solve the flow past the fixed cylinder at  $Re=100$  and  $Re=1000$  and Qian & Vezza [15] solved the equations at  $Re=100$  using a vorticity based method. Chen et al. [16] used a finite volume two-dimensional solver.

At  $Re=100$ , the von Karman vortex wake is reproduced with reasonable accuracy compared to other experimental and numerical results. In the case of  $Re=500$  and  $Re=1000$ , when the wake becomes three dimensional and turbulent, the Strouhal number is close to other numerical values, slightly overestimated compared to experimental data. Turbulence has the effect of increasing the momentum diffusion which explains the fact that simulations found a higher drag coefficient than experimental tests because of the absence of turbulence modelling. The lift coefficient

found in the present results is close to the lift coefficient found in other computations as we are comparing r.m.s value with peaks values.

The von Karman wake downstream of the fixed cylinder at  $Re=1000$  is shown on Fig.6.1 using vorticity contours. The spatial destabilization a few diameters downstream of the cylinder inducing a rearrangement of the vortex is in agreement with flow visualisation photographs from Van Dyke [17].

Tableau 6.2. Present results compared to other computational and experimental data at  $Re=100$ ,  $Re=500$  and  $Re=1000$

	Re = 100	Re = 500	Re = 1000
Present results	$C_L$ (r.m.s) = 0.1775 $C_D$ (mean) = 1.1975 St = 0.16	$C_L$ (r.m.s) = 0.7118 $C_D$ (mean) = 1.2579 St = 0.2232	$C_L$ (r.m.s) = 0.8964 $C_D$ (mean) = 1.3378 St = 0.24
<b>Experimental results</b>			
Roshko (1954)			$C_D = 1.2$ St = 0.21
Williamson (1996)	St = 0.166		
<b>Computational results</b>			
Ku (1997)	$C_L = \pm 0.228$ $C_D = 1.33\sim 1.358$ St = 0.17	$C_L = \pm 1.03$ $C_D = 1.212\sim 1.481$ St = 0.2203	$C_L = \pm 1.242$ $C_D = 1.187\sim 1.651$ St = 0.23
Qian and Vezza (2001)			$C_L = 1.52$ St = 0.24
Chen et al. (2005)	$C_L = \pm 0.314$ $C_D = 1.325\pm 0.008$ St = 0.17	$C_L = \pm 1.378$ $C_D = 1.406\pm 0.119$ St = 0.239	$C_L = \pm 1.378$ $C_D = 1.489\pm 0.198$ St = 0.24

### 6.7 Proper Orthogonal Decomposition

Proper Orthogonal Decomposition (POD) is also known as Karhunen-Lo  ve Decomposition or Singular Value Decomposition. This method has been developed to understand turbulence flows, as it is presented in Holmes et al. [9]. The procedure has also been used in other disciplines than fluid mechanics such as image processing, data compression and oceanography. In the field of fluid mechanics, POD finds interest in wind engineering to investigate various wind phenomena on buildings. It is a reduction technique whose idea consists in extracting a proper set of orthogonal functions from recorded data that will capture the maximum signal energy with the minimum number of proper functions. The goal of its application is to extract dominants features and trends, coherent structures or patterns in space and time giving a low order description of the dynamics. Necessary hypotheses concerning the data to be analysed are ergodicity and stationarity.

To understand the coupling mechanism between the forced cylinder and its wake flow from which results the appearance of various vortex wake modes and other dynamics of vortex shedding (chaotic vortex wake, etc...), a Proper Orthogonal Decomposition of the wake flow downstream of the cylinder is computed to give insight into the modal composition in the wake. The flow field is both a function of time and space and it is proposed here to compute the POD decomposition on the velocity profile at 2.25 and 10 diameters downstream of the cylinder. The longitudinal velocity profile  $u$  is a function of time,  $t$ , and transverse coordinate,  $y$ . The goal of the POD is to find a set of orthonormal functions in space,  $\Psi_k(y)$ , on which the signal can be projected giving their corresponding time evolution  $a_k(t)$ , see equation (6.5). Each found mode is the product of a spatial function,  $\Psi_k$ , called *topos*, and a temporal function,  $a_k$ , called *chronos*.

$$u'(y, t) = \sum_{k=1}^r a_k(t) \psi_k(y) \quad (6.5)$$

The importance of each mode can be deduced from its energy, thus comparing each r.m.s value of every mode *chronos* as *topos* are normalized functions.

### 6.7.1 Application of the method

As data are from a numerical computation, the velocity is recorded in a discrete form on 141 points located on a line (at 10 or 2,25 diameters) downstream of the cylinder recorded during 500 times every ten time steps of the computed steady-state flow. Thus, a discrete form of POD has to be used to analyse results. As Wu et al. (2003) have shown the equivalence between the Karhunen-Loève decomposition, the principal component analysis and the singular value decomposition, the POD can reduce to a singular value decomposition of the data giving the spatial orthogonal functions and their temporal counterparts. Data are a matrix (500,141),  $D$ , which has to be decomposed using a Singular Value Decomposition as shown in equation (6.6).

$$D = U\Sigma V^T \quad (6.6)$$

$\Sigma$  is a (500,141) matrix whose elements are all zero except along the diagonal. Numbers on the diagonal are singular values resulting from the decomposition.  $U$  is a (500,500) orthogonal matrix and  $V$  is a (141,141) orthogonal matrix. The  $V$  matrix contains the discrete mode shapes while  $U$  matrix contains the normalized temporal evolutions of the modes. As the former where also normalized during the singular value decomposition, the square of singular value of each mode represents its proportion of the fluctuating energy. The identification of *chronos* and *topos* gives the following equivalence. Each first 141 column of the  $U$  matrix is a normalized *topos* which multiplied by its corresponding singular value gives the discrete *chronos* of a mode present in the wake flow. Each column of the  $V$  matrix is the discrete form of the corresponding *topos*. Thus, in writing  $Q = U\Sigma$ , a *chronos*'s discrete form is  $q_k$ , a *topos*'s discrete form is  $v_k$  and the wake flow time history stored in  $D$  is decomposed as in equation (6.7).

$$D = QV^T = \sum_{k=1}^{141} q_k v_k^T \quad (6.7)$$

The temporal component of the modes is important to check the frequency decomposition of modes, so the data have to be collected during an enough long time to allow a precise Fourier analysis of the *chronos* components of the modes. The increase of the recorded signal's time step to every ten time steps of the numerical simulation does not reduce the precision of the frequency decomposition but only the obtained frequency bandwidth, which is coherent in term of frequency of occurring phenomena but allow to reduce the time of computation of the method. In addition to draw the *topos* and analyse the frequency spectrum of *chronos*, modes are rebuilt as shown in (6.7). It helps checking their symmetry properties. Reconstructing modes gives two-dimensional graphics. The x-coordinate is the non-dimensional time history on the corresponding line downstream the cylinder and the y-coordinate is the transverse coordinate on the analysed line. According to Hemon & Santi [19] and Tamura & Suganuma [20] who discussed the effect of the inclusion of the mean component in the POD decomposition, only the fluctuation of the velocity field is analysed to avoid the influence of the mean component.

## 6.8 Simulation results: vortex wake modes

The case of a stream-wise forced oscillating cylinder has been studied with a cylinder forced to oscillate at the vortex shedding frequency,  $f_s$ , found in the test case of the fixed cylinder. Simulations were all carried out during 10000 time steps and the last 5000 time steps were used to analyse the steady state flow downstream of the cylinder in the case of periodic responses after verifying it was reached. In the case of quasi-harmonic or chaotic responses, the last 5000 time steps were used to analyse the flow with the same precision in frequency decomposition than in the case of periodic responses. Applying a frequency analysis on 5000 time steps ensures a precision of  $\Delta f D/U = 5.3 \cdot 10^{-3}$  on a bandwidth  $L_f$  equal to  $L_f D/U = 13.3$  in the frequency decomposition of lift and drag forces which is sufficient as the Strouhal number of the fixed cylinder case is 0.2392.

Effects of the cylinder forcing on the wake flow are observed in term of vortex wake modes as a function of the cylinder oscillation amplitude. Five ranges are exhibited as the perturbation parameter is increased. For small amplitudes, up to  $A/D=0.075$ , the wake has a quasi-periodic response which turns to a chaotic response on increasing the forcing amplitude. At  $A/D=0.15$ , the wake stabilizes in a periodic vortex shedding having a  $S$  configuration according to the Williamson & Roshko [1] terminology. At  $A/D=0.175$ , the wake destabilizes via symmetry breaking in a P+S configuration and then, at  $A/D=0.35$ , its stabilizes again in a  $S$  mode of vortex shedding. In this section, dynamics of the vortex wake and the fluid force acting on the cylinder are described for the five ranges briefly described above. Comparison with other experiments and computations is also made.

For low amplitude of oscillations, the vortex wake flow exhibits a quasi-periodic response, the vortex shedding downstream of the cylinder is slightly perturbed but still has a  $2S$  mode. A Poincaré reduction, based on the forcing period, of the fluid force acting on the cylinder, Fig.6.2, shows the quasi-periodicity of the flow as a closed curve on the map. The beating phenomenon of the lift coefficient is also evident Fig.6.3 where the time evolution of the lift coefficient and its frequency decomposition are drawn. These results are in accordance with Nishihira et al. [21] experiments who observed also, at  $A/D=0.05$ ,  $Re=3.4\times 10^4$  and  $V_r=5.0$ , a beating phenomenon in the lift time evolution. The mean drag coefficient found in their experiment is equal to 1.0. It is lower than what was found in the present simulations at  $Re=1000$  but explained by the difference of Reynolds number as experiments were carried out at  $Re=3.4\times 10^4$  where the boundary layer and the flow downstream of the cylinder were both turbulent.

The beating phenomenon is enhanced as the amplitude of oscillation is increased up to a transition in the flow dynamics above  $A/D=0.075$ . A chaotic response of the wake flow is found up to  $A/D=0.15$ . Neither frequency decomposition nor a Poincaré map reduction of the drag and lift coefficients revealed any clear periodicity of the force.

At  $A/D=0.15$ , the flow stabilizes in a  $S$  vortex wake mode as shown in Fig.6.4. The wake flow is periodic every two periods of oscillation of the cylinder. A period doubling of the flow dynamics is reached. A pair of vortices is shed every cycle of oscillation of the cylinder and coalesces downstream in the wake which results in a  $S$  mode.

At  $A/D=0.175$ , the flow destabilizes via a symmetry breaking instability into a  $P+S$  configuration, Fig.6.5. A pair of vortices and a single vortex are formed in the wake every two cycles of oscillation of the cylinder. Simulations have shown that for different initial conditions, the wake can destabilize into a flow pattern which is the mirror image counterpart of the  $P+S$  pattern of Fig.6.5. A symmetric perturbation induces a symmetry breaking in the wake flow. Griffin & Ramberg [22] carried out experiments of forced in-line oscillations at a forcing frequency equal to 1.88 the Strouhal frequency of the fixed cylinder and  $Re=190$ . They found a  $P+S$  mode at  $A/D=0.24$  which they explained to be a consequence of the amplitude of oscillations “reaching a value too great to permit the alternating pattern to continue”.

At  $A/D=0.35$ , the vortex wake recovers its spatio-temporal symmetry in a  $S$  vortex wake mode, as shown in Fig.6.6. Three vortices, shed every cycle of oscillation of the cylinder, coalesce in a single vortex while convecting downstream in the wake. Thus, it results in a single vortex convecting downstream in the wake every cycle of oscillation of the cylinder.

A vortex wake evolution has been underlined while increasing the amplitude of oscillation of the cylinder leading first to a quasi-harmonic response then a chaotic one. Still increasing the perturbation parameter, it restabilizes in a period doubling of the previously identified periodic wake mode shed downstream of the fixed cylinder. Once this periodic state is reached, several vortex wake modes are identified in the wake that undergoes a series of symmetry bifurcation. The found  $S$  mode at  $A/D=0.15$  destabilises in a  $P+S$  mode via symmetry breaking. Then a last bifurcation is observed when the flow recovers  $S$  vortex wake mode in the downstream wake having the same

spatio-temporal symmetry than at  $A/D=0.15$ , even though the mechanism of formation of vortices is different.

In the sections that follow, we proceed with a more detailed examination of the wake dynamics underlying the observed flow pattern transitions. A POD analysis allows us to extract the dominant wake modes. Using symmetry equivariance theory, we then focus on the amplitude equations governing the interactions of these modes.

## 6.9 POD analysis: understanding the flow forcing mechanism

In Rodriguez & Mureithi [10], POD has been applied on a line ten diameters downstream of the cylinder in the case of stream-wise harmonic forcing at  $Re=1000$ . In the present section, POD is discussed in the same case of forcing. Analysis is carried out one step further. Modes are rebuilt and compared to the time history of the fluctuating velocity. Equivalence between the time history of the fluctuating velocity and the vortex wake flow is also discussed. Then POD is applied on a line 2.25 diameters downstream of the cylinder to check the spatial evolution of the modal decomposition in the wake.

### 6.9.1 POD analysis of the stream-wise harmonic forcing at $Re=1000$

For each amplitude where the flow was simulated, POD has been applied on a line ten diameters ( $10D$ ) downstream of the cylinder. Principal modes are detected comparing singular values for each main mode. The question of their pertinence and validity is answered. Information given by the POD and hidden in other analyses (frequency decomposition and time evolution of fluid forces, flow fields from computation, etc) is highlighted.

In the case of the fixed cylinder, mainly two modes are found in the POD decomposition, Fig.6.7. The first mode contains more than 99% of the fluctuating energy based on the singular values. This mode has an antisymmetric *topos* and its *chronos* oscillates at a frequency equal to the vortex shedding frequency,  $f_n$ . The second mode has a symmetric *topos* and its *chronos* oscillates at  $2f_n$ . This mode



contains less than 1% of the fluctuating energy. The other modes were found to be negligible but the third mode is also antisymmetric and its *chronos* oscillates at  $3f_n$ . The POD gives clearly distinct modes with their proper spatio-temporal symmetries. It is in concordance with the results of Williams et al. [23] who used a method of symmetry decomposition to show that the von Karman vortex wake is the sum of a sinuous mode oscillating at the vortex shedding frequency and a varicose mode oscillating at twice the vortex shedding frequency. The time evolution of the fluctuating x-velocity on the line  $10D$  downstream of the cylinder is shown Fig.6.8(a). It is compared to the reconstruction of the first three modes shown Fig.6.8(b) to (d). The graphics confirm the spatio-temporal symmetries of the modes. Another point is that the time history  $10D$  downstream is not too different from the vortex wake mode downstream of the cylinder (Fig.6.1) as a  $2S$  mode is identified. Defining  $\pi$  representing a  $\frac{1}{2}$  shedding-period translation in the flow direction helps characterize the spatio-temporal symmetry of modes. Thus, respectively, the first three modes found in the fixed cylinder wake have the following spatial symmetries,  $Z_2(\kappa, \pi)$ ,  $D_2(\kappa, \pi)$  and  $Z_2(\kappa, 2\pi/3)$ . Following this nomenclature, the  $2S$  mode has  $Z_2(\kappa, \pi)$  symmetry. This means that the  $2S$  mode is invariant by a composition of an axis-reflection ( $\kappa$ ) and a translation of  $\lambda/2$ .  $D_2(\kappa, \pi)$  symmetry means that the second mode is invariant under reflection and also invariant under a translation in the flow direction by the wavelength  $\lambda$ . For the other cases, the symmetry properties may be similarly described. The interested reader is referred to Mureithi et al. [10] for a detailed derivation and mathematical interpretation of the spatial-temporal flow symmetries. In this paper equivalence is assumed between the spatial-translation  $\lambda$  in the flow direction and a translation  $T = 1/f_n$  in time.

In the first range of amplitudes when a quasi-harmonic response of the flow was the result of the sinusoidal stream-wise forcing of the cylinder at the frequency of the fixed cylinder's vortex shedding, the time evolution on the  $10D$  line shows the perturbed  $2S$  mode, Fig.6.9(a). The POD decomposition gave mainly four modes, as

shown Fig.6.10 for  $A/D=0.05$ . The first mode still has a  $Z_2(\kappa, \pi)$  symmetric *topos* and the frequency decomposition of its *chronos* is now more complicated with a principal frequency equal to the vortex shedding frequency, slightly lower than  $f_n$ . The second mode has a reflection symmetric *topos* and a *chronos* whose frequency decomposition contains the vortex shedding frequency and the forcing frequency. The third and fourth modes have no low order symmetry in their *topos* and their *chronos* have complicated frequency decomposition with a peak close to  $f_n$ . In term of energy contained in the main modes, the four first modes represent respectively 54%, 24%, 10% and 8% of the fluctuating energy. Fig.6.9(b) to (d) show the difficulty in characterizing the modes in terms of symmetry invariance.

The POD decomposition has also been applied in the chaotic range of the flow response. Results of the POD at  $A/D=0.125$  are shown Fig.6.11. The first four modes contain respectively 43%, 24%, 13% and 11%. The *topos* are the same than in the quasi-harmonic range but slightly perturbed and the corresponding *chronos* exhibit chaotic time evolution. No symmetry is shown Fig.6.12 where the modes and the time evolution of the velocity on the  $10D$  line are drawn. Note, however, that the POD modes have nearly perfect reflection ( $Z_2(\kappa)$ ) symmetry.

Lack of coherent structures with clear spatio-temporal symmetry in the two first ranges can be explained because the analysed signals do not respect the condition of stationarity as the flow exhibits quasi-harmonic or chaotic responses. For amplitudes higher than  $A/D=0.15$ , it was found that the wake flow consisted of periodic vortex wake modes. It is thus attempted to extract from the POD the spatio-temporal modes from the fluctuating flow. For  $A/D=0.15$ , two POD modes containing respectively 83% and 16% of the fluctuating energy, Fig.6.13, are found. The first mode has an odd *topos* and a *chronos* oscillating at  $f_e/2$ . The second mode has a *topos* not exactly symmetric and its *chronos* oscillates at  $f_e$ . The remaining modes were found to be negligible. Rebuilding the time evolution of the velocity on the line  $x=10D$  and the extracted modes, Fig.6.14, shows that the  $S$  mode has  $Z_2(\kappa, 2\pi)$

symmetry. The two first modes respectively have  $Z_2(\kappa, 2\pi)$  and  $\tilde{S}(2\pi)$  symmetry invariance;  $I$  means there is no reflection symmetry. The symmetry  $\tilde{S}(2\pi)$  is the result of a symmetry breaking of the reflection component  $\kappa$  of the  $D_2(\kappa, \pi)$  symmetry previously encountered. The symmetry breaking is also coupled with a period doubling bifurcation  $\pi \rightarrow 2\pi$ .

At  $A/D=0.25$ , a  $P+S$  mode is found in the wake and the time evolution of the velocity on the  $10D$  line, Fig.6.15(a), shows the symmetry breaking of the wake which is now  $\tilde{S}(4\pi)$  invariant. Results of the POD are shown Fig.6.16, the first two modes contain respectively 88% and 9% of the fluctuating energy, others modes are negligible. Mode have asymmetric *topos* and frequency decomposition of their *chronos* contains  $f_e/2, f_e$  and their harmonics noting that peaks corresponding to  $f_e$  and its harmonics are sharper. Fig.6.15(b) and (c) show the two first modes respecting  $D_2(\tilde{\kappa}, 4\pi)$  and  $\tilde{S}(4\pi)$ , respectively. Note that the mode 1 reflection  $\tilde{\kappa}$  is defined relative to the line  $y/D = 0.8$ .

At  $A/D=0.35$ , the vortex wake flow reverts to an  $S$  mode having  $Z_2(\kappa, 2\pi)$  symmetry. This is also confirmed from the time evolution of the x-velocity at  $10D$  as shown in Fig.6.17(a). The two extracted POD modes contain respectively 89.5% and 9.5% of the fluctuating energy as shown on Fig.6.18. They have the same *topos* than the two modes found in the case of the fixed cylinder but now associated with *chronos* oscillating respectively at  $f_e/2$  and  $f_e$ . It should be noted that peaks in the frequency decomposition of the second *topos* are sharper and that contrary to the case of the fixed cylinder, the second mode now represents 9.5% of the fluctuating energy of the fixed cylinder. The two first modes respectively have  $Z_2(\kappa, 2\pi)$  and  $D_2(\kappa, 2\pi)$  symmetry invariance.

To recap, it was found that a Proper Orthogonal Decomposition of the x-velocity profile  $10D$  downstream the cylinder gave insight into the modal decomposition of the wake flow. Spatio-temporal modes were extracted and have

been characterized in term of symmetry invariance. As the analysed results only concern a line ten diameters ( $10D$ ) downstream the cylinder, the question of spatial evolution of the modal interaction is pertinent. Rebuilding the time evolution of the velocity on the line to be compared to the vortex wake mode observed in the wake is a first step in validating the modal interaction found via POD at  $10D$  to the entire wake. In fact, vortex wake modes are convective instabilities as they evolve convecting downstream in the wake. Thus, even though the time evolution of the profile has the same symmetry invariance as the corresponding vortex wake mode, spatial evolution of the modal interaction in the wake is supposed. In order to check this evolution, POD is applied  $2.25D$  downstream the cylinder. Results are compared to those presented in the foregoing.

### 6.9.2 Spatial evolution of the modal interaction

POD has also been applied on the x-velocity profile  $2.25D$  downstream of the cylinder. Results shown here are for the case of the fixed cylinder and the five ranges of different flow responses to the controlled perturbation. In each case, the time evolution of the velocity profile is rebuilt to be compared to the vortex wake and the time evolution at  $10D$  downstream the cylinder. Then reconstructed modes are compared to those found at  $10D$  in the same range of forcing amplitude.

For the fixed cylinder case, the time evolution of the velocity profile, Fig.6.19(a), shows the  $2S$  mode  $Z_2(\kappa, \pi)$  symmetry. The POD gives mainly three modes containing respectively 94%, 3% and 2.5% of the fluctuating energy, Fig.6.19(b) to (d). Similarly to the case  $10D$  downstream of the cylinder, the first mode is  $Z_2(\kappa, \pi)$  invariant while the second one is  $D_2(\kappa, \pi)$  invariant. The third mode is also at least  $Z_2(\kappa, \pi)$  invariant. The difference of shapes between the two main modes found at two different locations (Fig.6.8 versus Fig.6.19) may be partly explained by the mechanism of dissipation due the flow viscosity. Concordance of the results at the

two positions is explained by the nature of the von Karman wake which is established a few diameters downstream of the cylinder and then simply convected in the flow.

In the range where the flow exhibits a quasi-harmonic response, the reconstructed velocity profile, Fig.6.20(a), shows the perturbed  $2S$  mode. Applying POD at  $A/D=0.05$  gives mainly three modes containing respectively 83%, 10% and 4% of the fluctuating energy, Fig.6.20(b) to (d). The first mode is  $Z_2(\kappa, \pi)$  invariant. The second mode is only  $Z_2(\kappa)$  reflection invariant, while the third mode is  $Z_2(I, \pi)$  symmetric. Thus closer to the cylinder, the first mode having  $Z_2(\kappa, \pi)$  is still present in the wake. This mode is destabilized by the second symmetric mode and convected downstream in the wake as was seen in Fig.6.9(b).

The POD decomposition has been applied in the chaotic range of the flow response. Results at  $A/D=0.125$  are shown Fig.6.21. The first four modes contain respectively 62%, 22%, 8% and 4% of the energy. Symmetry properties of the modes and the time history on the line are evident as observed in Fig.6.21. The first and the third mode lack reflection symmetry, while the second mode has no low order symmetry.

At  $A/D=0.15$ , the flow exhibits a periodic vortex wake mode identified as a  $S$  mode which is invariant by  $Z_2(\kappa, 2\pi)$ . The time history of the velocity field on the  $2.25D$  line, shown in Fig.6.22(a), respects this symmetry as the  $S$  mode is evident. Applying POD extracted mainly three modes containing respectively 91%, 4.3% and 3.8% of the fluctuating energy, Fig.6.22. The first mode has the same symmetry than the wake flow,  $Z_2(\kappa, 2\pi)$ . The second and third modes have  $\tilde{S}(2\pi)$  symmetry.

For  $0.175 < A/D < 0.3$ , a complete reflection symmetry breaking and a translation symmetry breaking occur in the wake flow resulting in a  $P+S$  mode. The time history of the velocity profile, Fig.6.23(a), at  $2.25D$  downstream of the cylinder and for  $A/D=0.25$ , shows evidence of the symmetry breaking in the wake and its invariance under  $\tilde{S}(2\pi)$  symmetry as for the  $P+S$  mode. Applying POD on the

velocity profile gives mainly four modes containing respectively 62%, 26%, 6% and 3%, see Fig.6.23. Modes found in the wake are asymmetric and invariant under  $\tilde{S}(2\pi)$ .

At  $A/D=0.35$ , the wake flow recovers a  $S$  mode having  $Z_2(\kappa, 2\pi)$  symmetry. The time history at  $2.25D$  confirms this spatio-temporal symmetry of the vortex wake mode, Fig.6.24(a). Applying POD on the velocity profile gives mainly two modes. The first mode respects  $Z_2(\kappa, 2\pi)$  symmetry and contains 71% of the fluctuating energy. The second and fourth modes contain respectively 14% and 5% of the fluctuating energy and are  $D_2(\kappa, 2\pi)$  invariant. The third mode which contains 7% of the fluctuating energy is invariant by the same symmetry group than the first mode.

Applying POD on a velocity profile at a different location gave some information on the spatial evolution of the modal interaction. The first observation is that the extracted modes on the two lines have the same spatio-temporal symmetries. However, a convective effect is observed on the mode shapes of the modes. This difference can be due to the dissipation in the flow. The repartition of the fluctuating energy between the modes is also different depending on the location. As the validity of the POD is uncertain in the case of non stationarity, only periodic modes will be discussed. At  $A/D=0.35$ , the energy given by the forcing and found in the second mode, having symmetry, is transferred to the first mode as the flow convects in the wake. This observation is also found in the case of the fixed cylinder wake where the symmetric mode has less energy at  $2.25D$  than at  $10D$  contrary to the first mode. These observations can be explained by the development of the vortex wake mode as it convects in the wake noting that the wake gets the symmetry properties of the first mode. This trend is not observed at  $0.15D$  where the energy contained in the second mode increases as the flow convects downstream in the wake. Despite these little differences in term of energy repartition, the modal decomposition of the wake has been confirmed and the role of spatio-temporal symmetry in the mode interaction has been clearly established. Considering the spatio-temporal symmetries of the

forcing,  $D_2(\kappa, 2\pi)$ , and the von Karman wake,  $Z_2(\kappa, \pi)$ , the effect of increasing the symmetric perturbation has been highlighted in terms of mode interaction and competition in the wake.

### 6.10 Wake flow symmetry and mode interaction dynamics

As is clear from the preceding sections, the periodically forced flow undergoes a series of bifurcations, starting from the stable periodic (limit cycle) state through a regime of quasi-periodic and “chaotic” states, ultimately ending in a stable period-doubled state at high excitation amplitudes. In this section, an attempt is made to quantify (from a model nonlinear dynamics point of view) the wake flow transitions observed as the cylinder forcing amplitude is increased from zero.

The bifurcation behaviour is studied in the reduced Poincaré space. To arrive at a tractable model discrete dynamical system we suppose that the two lowest spatio-temporal modes dominate the dynamics. The two modes we consider are those for the unforced cylinder whose *topos* and *chronos* are presented Fig.6.7(a,b) & Fig.6.8(b) for mode  $K$  and Fig.6.7(c,d) & Fig.6.8(c) for mode  $S$ . The symmetries of these modes are respectively  $\Gamma_K = Z_2(\kappa, \pi) \times S$ , Fig.6.8(b), and  $\Gamma_S = D_2(\kappa, \pi) \times S$ , Fig.6.8(c);  $\kappa$  representing reflection symmetry and  $\pi$  representing a  $1/2$  shedding-period translation in the flow direction;  $S$  indicates circular temporal symmetry associated with time-periodic variations. Starting with the symmetries  $\Gamma_K$  and  $\Gamma_S$ , Mureithi et al. [10] have employed equivariant bifurcation theory to derive the general amplitude equations governing the interactions between modes  $K$  and  $S$ .

Representing the complex mode amplitudes by  $K$  and  $S$  respectively, the discrete form of the mode amplitude interaction equations (to fourth order) are:

$$K_{n+1} = \left(1 + \alpha_0 + \gamma_{11}|S_n|^2 + \alpha_2|K_n|^2\right)K_n + \delta_{01}S_n^2\bar{K}_n + O(5) \quad (6.8a)$$

$$S_{n+1} = \left(1 + \beta_0 + \beta_2|S_n|^2 + \gamma_{21}|K_n|^2\right)S_n + \mu_{01}\bar{S}_nK_n^2 + O(5) \quad (6.8b)$$

Equation (6.8) gives the general form of the amplitude equations given the symmetries  $\Gamma_K$  and  $\Gamma_S$ .

To determine the (generally complex) constants  $\alpha_k$ ,  $\beta_k$ ,  $\gamma_{kl}$  etc., a Poincaré reduction of the computed spatio-temporal mode data are used. As POD gives normalized *topos*, the amplitude evolution of the modes is contained in the *chronos*, shown Fig.6.7(b,d). The data are first “complexified” via a Hilbert transformation. Fig.6.25 shows the Poincaré map relating the real and imaginary parts of the successive mode  $K$  amplitudes; the average wake period is used for discretization.

$K$  and  $S$  amplitudes are calculated for 45 wake shedding periods, thus amplitude equation constants can be determined using a least square method to solve the over-determined systems given in equation (6.9a,b), where  $K_i$  and  $S_i$  represent the modal amplitudes at the  $i^{\text{th}}$  wake shedding period.

$$\begin{bmatrix} K_1 & |S_1|^2 K_1 & |K_1|^2 K_1 & S_1^2 \bar{K}_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ K_i & |S_i|^2 K_i & |K_i|^2 K_i & S_i^2 \bar{K}_i \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ K_{44} & |S_{44}|^2 K_{44} & |K_{44}|^2 K_{44} & S_{44}^2 \bar{K}_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_0 \\ \gamma_{11} \\ \alpha_2 \\ \delta_{01} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} K_2 - K_1 \\ \vdots \\ K_{i+1} - K_i \\ \vdots \\ K_{45} - K_{44} \end{Bmatrix} \quad (6.9a)$$

$$\begin{bmatrix} S_1 & |S_1|^2 S_1 & |K_1|^2 S_1 & K_1^2 \bar{S}_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ S_i & |S_i|^2 S_i & |K_i|^2 S_i & K_i^2 \bar{S}_i \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ S_{44} & |S_{44}|^2 S_{44} & |K_{44}|^2 S_{44} & K_{44}^2 \bar{S}_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \beta_0 \\ \beta_2 \\ \gamma_{21} \\ \mu_{01} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} S_2 - S_1 \\ \vdots \\ S_{i+1} - S_i \\ \vdots \\ S_{45} - S_{44} \end{Bmatrix} \quad (6.9b)$$

Constraints that restrain the amplitude equations, from a stability point of view, were verified during the constants determination. These constraints are shown in equations (6.10).

$$\text{Re}(\alpha_0) > 0; \text{Re}(\alpha_2) < 0; \text{Re}(\beta_0) > 0; \text{Re}(\beta_2) < 0; \quad (6.10)$$

Constraints assure the stability of the modes in case of no forcing. Results from the interpolation are summarized in Table 6.3 where optimal values of the constants are detailed.



Tableau 6.3. Interpolated constants of  $K$  and  $S$  amplitude equations (8a, b).

Mode $K$	$\alpha_0$	$\alpha_2$	$\gamma_{11}$	$\delta_{01}$
	$7.74.10^{-3}-9.93.10^{-2}j$	$-3.73.10^{-3}-4.39.10^{-3}j$	$0.149+0.276j$	$-6.15.10^{-2}-0.807j$
Mode $S$	$\beta_0$	$\beta_2$	$\gamma_{21}$	$\mu_{01}$
	$2.44.10^{-3}-6.41.10^{-2}j$	$-6.445+1.678j$	$0.02-4.57.10^{-2}j$	$6.52.10^{-4}+0.362.10^{-3}j$

We consider now the dynamics of the  $K$  mode as the amplitude of  $S$  is varied. This means that equation (6.8a) is solved for given values of  $S$ . For small forcing amplitudes, the  $K$  mode imaginary versus real components trace a stable limit cycle as shown in Fig.6.26(a) for  $S=0.025$ . The limit cycle amplitude remains stable (albeit changing shape) as  $S$  increases. Near  $S=0.32$ , a pitchfork bifurcation occurs. The unstable fixed point (source) at the origin transforms into a saddle, while two symmetrically located unstable fixed points are created, Fig.6.26(b). As  $S$  is further increased, a subcritical Hopf bifurcation near  $S=0.33$  leads to the creation of two unstable limit cycles. The unstable limit cycles then disappear in a Homoclinic bifurcation while the two outer fixed points become stable. At the same time, a new large unstable limit cycle is created just inside the outer limit cycle, see Fig.6.26(c) for  $S=0.3325$ . When  $S$  is increased to  $S=0.3375$  the outer two limit cycles collide and disappear in a saddle node (fold) bifurcation, see Fig.6.26(d) for  $S=0.3375$ . The bifurcation sequence described above is the classical Takens-Bogdanov bifurcation scenario presented for instance by Kuznetsov [24].

We now compare the predicted bifurcation sequence with bifurcations observed in the numerical simulations. Two important remarks should be made, however. First, the reader is reminded that the  $S$  mode is treated as a parameter and is thus not affected by mode  $K$ . Second, the dynamical system of equation (6.8a) has  $Z_2(\kappa, \pi)$  symmetry since mode  $S$  symmetry is ignored. As we see later, this symmetry must be considered for correct interpretation of the Takens-Bogdanov bifurcations discussed above. Qualitatively, the mapping (6.8a) reproduces the

observed bifurcations reasonably well. The three most important bifurcations are highlighted.

In the numerical computation, we start off, in the cylinder fixed case, with a closed curve on the  $K_r, K_i$  plane, Fig.6.25. In Fig.6.25, the Poincaré map derived from the spatial temporal mode is compared to the prediction of equation (6.8a). This initial limit cycle results from the Hopf bifurcation responsible for the onset of Karman vortex shedding. The closed curve indicates that the forcing and shedding frequencies are unequal hence a quasi-periodic flow state.

For a forcing amplitude  $A/D=0.05$ , the limit cycle has undergone a symmetry-breaking bifurcation, Fig.6.27. The figure-of-eight orbit in Fig.6.27 resembles the orbit of Fig.6.26(b), indicating the presence of two unstable fixed points or limit cycles as predicted by the model of equation (6.8a).

While a homoclinic bifurcation is predicted to occur next by the mapping (6.8a), the spatio-temporal mode Poincaré map shows complex, possibly chaotic, behaviour for  $A/D=0.075\sim 0.1$ ; see Fig.6.28 for  $A/D=0.1$ . It is well known that the homoclinic bifurcation is an important precursor to chaos in periodically forced systems. We hypothesize that the homoclinic bifurcation predicted by the mapping (8a) does in fact occur and leads to chaos in the cylinder wake as suggested by the Poincaré map of Fig.6.28.

The final flow state is a highly organized period-2 state as seen in the Poincaré map of Fig.6.29 for  $A/D=0.3$ . The mapping (6.8a) predicts a pair of symmetrically related fixed points appearing via a pitchfork bifurcation. The prediction of a pitchfork bifurcation rather than a period-doubling is due to the presence of  $Z_2(\kappa, \pi)$  symmetry. The mapping (6.8a) can be shown to be the square of a second lower order mapping obtained when the presence of  $Z_2(\kappa, \pi)$  is considered. As shown by Swift & Wiesenfeld [24] a period-doubling bifurcation of the lower order mapping translates into a pitchfork bifurcation in the squared mapping. In conclusion, the mapping (6.8a) does predict the final period-doubling instability observed in the cylinder wake for high forcing amplitude.

### 6.11 Discussion

Applying a Proper Orthogonal Decomposition of the wake flow downstream of a fixed cylinder and a forced oscillating cylinder yielded information on the nature of vortex wake modes and the effects of forcing on the flow. The von Karman vortex wake is identified as the sum of mainly two spatio-temporal modes. The first would have been deduced from the spatio-temporal symmetry of the vortex shedding,  $Z_2(\kappa, \pi)$ , and the oscillation of fluid forces acting on the cylinder but POD shows the existence of a second  $D_2(\kappa, \pi)$  symmetric mode. Although this second mode seems negligible in terms of percentage of the fluctuating energy, looking at its evolution when forcing is applied underlines its role in the flow dynamics. In fact, it appears that this "hidden" mode is energized by the streamwise forcing and forced to oscillate at  $f_e$ . Then the forcing of the wake can be seen, for small amplitudes of oscillations of the cylinder, as an enhancement of the second mode at  $f_e$  which is responsible of the destabilisation of the vortex wake into a quasi-harmonic and then in a chaotic vortex shedding. The flow stabilises back in a  $S$  mode of vortex shedding when the second mode is sufficiently excited at the forcing frequency and a new stable solution of the vortex mode is found as a period doubling of the fixed cylinder's von Karman wake with slightly different *topos*, thus respecting  $Z_2(\kappa, 2\pi)$  symmetry. The streamwise excitation of the cylinder, respecting  $D_2(\kappa, 2\pi)$  symmetry, forced the first mode to bifurcate. But as the percentage of energy contained in the second mode increases with the increase of the forcing amplitude, it induces a symmetry breaking instability of the wake flow into a  $P+S$  mode which applying POD looks like the emergence of mixed mode solutions because of the increasing importance of the latter symmetric second mode identified in the case of lower amplitudes. This explains the lack of symmetry of *topos* and the frequency decomposition of *chronos* showing mixed frequency decomposition. At  $A/D=0.35$ , the wake flow has a  $2S$  mode and the POD decomposition shows that the flow solution is an exact period doubling of the fixed cylinder's von Karman wake, except that the forcing is identified in the second

mode in terms of sharp peaks in the frequency decomposition of the *chronos* and percentage of fluctuating energy it represents.

It is clear that POD gives information that is not accessible from conventional flow analysis. The spatio-temporal decomposition of the wake flow is confirmed by POD and effects of the forcing are observed in the spatio-temporal modes dynamics analysis. The importance of the second "hidden" mode has been underlined by the description of the mode evolution as a function of the excitation parameter. POD analysis showed that it is this reflection-symmetric mode which is excited leading to the successive bifurcations in the flow solutions. However, POD results in the case of quasi-harmonic or chaotic responses are difficult to analyse as the application of the method requires that the original data respect stationarity and ergodicity.

Focusing on the aspect of modal interaction, an other main result of this study is the verification of the work of Mureithi et al. [10] who derived wake mode amplitude interaction equations using symmetry equivariant bifurcation theory. Changes in the wake symmetry induced by increased forcing such as period doubling or symmetry breaking in the cylinder's wake in the case of stream-wise harmonic forcing were predicted in this theoretical analysis and observed in the present simulation results.

Probably the most important remark is that the observation of Ongoren & Rockwell [4] on the competition between different wake modes depending on the characteristics of the forcing which can be interpreted in terms of excitation of the two modes found in the fixed cylinder wake applying POD. Depending on the direction, the amplitude and the frequency of the forced oscillations, the excitation of the "POD modes" of the cylinder's wake can lead to different wake flow solutions, thus vortex wake modes in the case of periodic flow. The spatial evolution of POD modes and their variation of energy, showed comparing extracted modes at different locations, explains also the recovering of the von Karman wake far downstream of the cylinder as the mode having  $Z_2(\kappa, \pi)$  symmetry has been found to be energized convecting downstream in the wake.

### 6.12 Conclusion

Combining computational fluid dynamics and Proper Orthogonal Decomposition to understand different aspects of vortex wake mode bifurcations in Vortex Induced Vibrations gave insight into the fluid coupling mechanism between an oscillating cylinder and its wake flow. Simulations were able to reproduce the dynamics of the flow downstream of the cylinder with reasonable accuracy. Different dynamics such as quasi-harmonic, chaotic and periodic responses of the wake flow, depending the amplitude of oscillation of the cylinder, were exhibited. Periodic responses were identified in terms of vortex wake modes downstream of the cylinder.

Using Proper Orthogonal Decomposition to analyse data from numerical simulations, the existence of spatio temporal modes in the wake flow was confirmed and the effects of the forcing, depending its symmetry, on the “POD modes”, has been underlined. POD has been able to show the existence of a secondary reflection-symmetric mode in the fixed cylinder’s wake and to highlight its role in the wake flow evolution as the amplitude of oscillation of the cylinder is increased.

Generally, the modal interactions between the  $D_2(\kappa, \pi)$  symmetric and  $Z_2(\kappa, \pi)$  spatio-temporal modes in the wake and their perturbation via the forcing explain the resulting wake flow dynamics. In fact, in the case of stream-wise forcing, it is the  $D_2(\kappa, \pi)$  symmetric secondary mode which is firstly affected by the forcing. The forcing affects the mode dynamics which results in the appearance of other wake flow solutions, thus vortex wake modes. Bifurcations in the wake flow were explained in terms of mode interactions in the wake.

In conclusion, this study is an example of the relevance of POD as an important tool for the analysis of large spatio-temporal systems, in this case leading to useful findings applicable to the general problem of Vortex-Induced Vibrations.

### 6.13 References

- [1] WILLIAMSON, C.H.K., ROSHKO, A. "Vortex formation in the wake of an oscillating cylinder". *Journal of Fluids and Structures*. 1988. 2:355-381.
- [2] BRIKA, D., LANEVILLE, A. "An experimental study of the aeolian vibrations of a flexible circular cylinder at different incidences". *Journal of Fluids and Structures*. 1995. 9:371-391.
- [3] BRIKA, D., LANEVILLE, A. "Vortex-induced vibrations of a long flexible circular cylinder". *Journal of Fluid Mechanics*. 1993. 250:481-508.
- [4] ONGOREN, A., ROCKWELL, D. "Flow structure from an oscillating cylinder Part.2 Mode competition in the near wake". *Journal of Fluid Mechanics*. 1988. 191:225-245.
- [5] RODRIGUEZ, M., MUREITHI, N.W. "Numerical investigation of the two dimensional past a cylinder subjected to stream-wise harmonic forcing". *Journal of Fluids and Structures*. 2006. Submitted.
- [6] LU, X.Y., DALTON, C. "Calculation of the timing of vortex formation from an oscillating cylinder". *Journal of Fluids and Structures*. 1996. 10:527-541.
- [7] BLACKBURN, H.M., HENDERSON, R.D. "A study of two-dimensional flow past an oscillating cylinder". *Journal of Fluid Mechanics*. 1999. 385:255-286.
- [8] NOBARI, M.R.H., NADERAN, H. "A numerical study of flow past a cylinder with cross flow and inline oscillation". *Computers and Fluids*. 2006. 35:393-415.
- [9] HOLMES, P., LUMLEY, J.L., BERKOOZ, G. *Turbulence, coherent structures, dynamical systems and symmetry*. Cambridge, UK : Cambridge university press. 420 p. 1996.
- [10] MUREITHI, N.W., KANKI, H., GODA, S., NAKAMURA, T., KASHIKURA, T. "Symmetry breaking and mode-interaction in vortex-structure interaction". *5<sup>th</sup> international symposium on fluid structure interaction*. New Orleans, Louisiana: ASME Int'l Mech. Engrg. Congress & Exhibition. 2002.
- [11] BLEVINS, R.D. *Flow-induced Vibration*. New York, USA : Van Nostran Reinhold. 451 p. 1990.

- [12] WILLIAMSON, C.H.K. "Vortex dynamics in the cylinder wake". *Annual Review of Fluid Mechanics*. 1996. 28:477-539.
- [13] ROSHKO, A. "On the development of turbulent wakes from vortex sheet". *NACA report 1191*. 1954.
- [14] KU, H.C., HIRSH, R.S., TAYLOR, T.D. "A pseudospectral method for solution of the three-dimensional incompressible Navier-Stokes equations". *Journal of Computational Physics*. 1987. 70:439-462.
- [15] QIAN, L., VEZZA, M. "A vorticity-based method for incompressible unsteady viscous flows". *Journal of Computational Physics*. 2001. 172:515-542.
- [16] CHEN, H., HUANG, G.P.G., LEBEAU, R.P. "A cell-centered pressure based method for two/three-dimensional unstructured incompressible Navier-Stokes solver". *43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. 2005.
- [17] VAN DYKE, M. *An album of fluid motion*. The parabolic press. 1982. 176 p.
- [18] WU, C.G., LIANG, Y.C., LIN, W.Z., LEE, H.P., LIM, S.P. "A note on equivalence of proper orthogonal decomposition methods". *Journal of Sound and Vibration*. 2003. 265:1103-1110.
- [19] HEMON, P., SANTI, F. "Applications of biorthogonal decompositions in fluid-structure interactions". *Journal of Fluids and Structures*. 2003. 17:1123-1143.
- [20] TAMURA, Y., SUGANUMA, S., KIKUCHI, H., HIBI, K. "Proper orthogonal decomposition of random wind pressure field". *Journal of Fluids and Structures*. 1999. 13:1069-1095.
- [21] NISHIHARA, T., TANEKO, S., WATANABE, T. "Characteristics of fluid dynamics forces acting on a circular cylinder oscillated in the streamwise direction and its wake patterns". *Journal of Fluids and Structures*. 2005. 20:505-518.
- [22] GRIFFIN, O.N., RAMBERG, S.E. "The vortex-street wakes of vibrating cylinders". *Journal of Fluid Mechanics*. 1974. 66:553-576.
- [23] WILLIAMS, D.R., MANSY, H., AMATO, C. "The response and symmetry properties of a cylinder wake subjected to localized surface excitation". *Journal*

of *Fluid Mechanics*. 1992. 234:71-96.

[24] KUZNETSOV, Y.A. *Elements of applied bifurcation theory*. New-York : Springer-Verlag. 631p. 2004.

[25] SWIFT, J.W., WIESENFIELD, K.. "Suppression of period-doubling in symmetric systems". *Physical Review Letters*. 1984. 52:705-708.

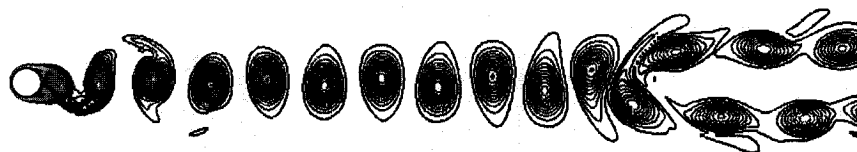


Figure 6.1. Vorticity distribution downstream of the fixed cylinder at  $Re=1000$ .

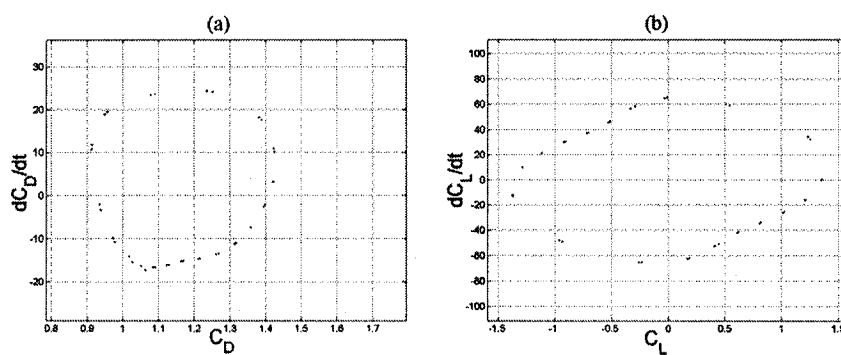


Figure 6.2. Poincaré map reduction of (a) the drag and (b) lift coefficients for  $A/D=0.05$ . The Poincaré plane is defined by  $x=0, \dot{x}>0$ , and sampling is at the forcing frequency.



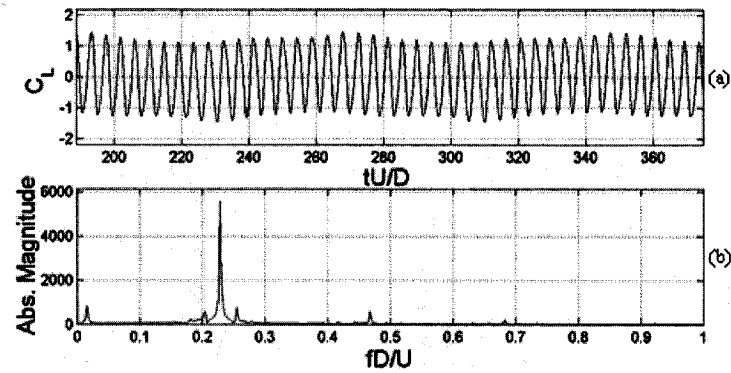


Figure 6.3. (a) Drag and (b) lift coefficient time evolution.  
(c) Lift coefficient frequency decomposition for  $A/D=0.05$ .

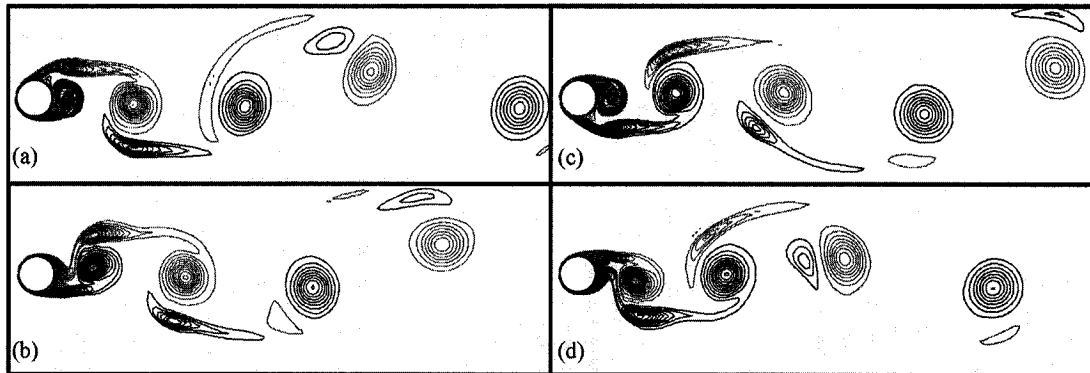


Figure 6.4. Vorticity field of the flow past the cylinder under forced oscillation for  $V_r=5$  and  $A/D=0.15$ . Figures are from  $x=0, \dot{x} > 0$ , every quarter of period of the cylinder oscillation.

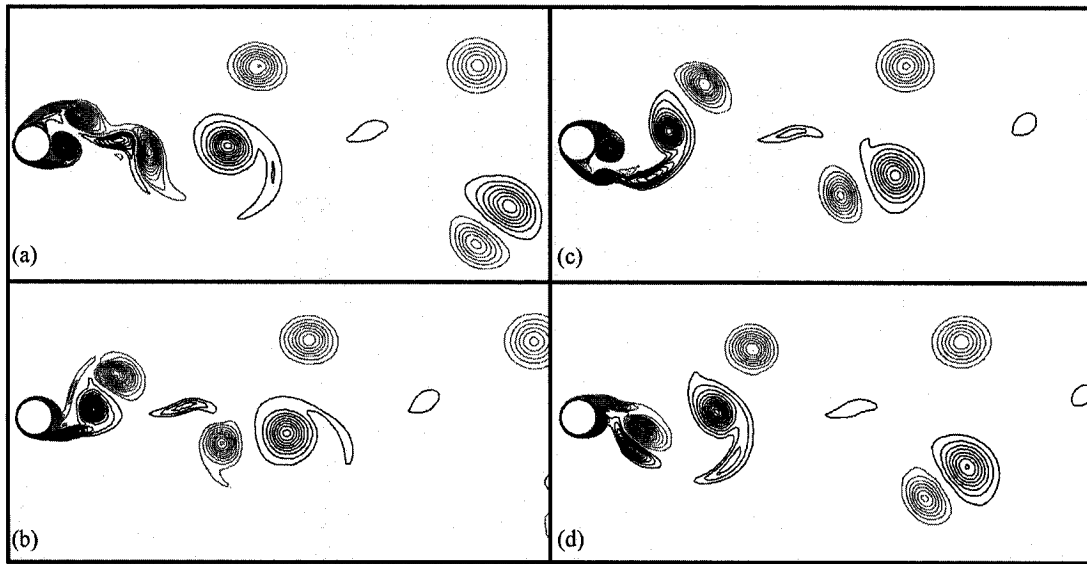


Figure 6.5. Vorticity field of the flow past the cylinder under forced oscillation for  $V_r=5$  and  $A/D=0.25$ . Figures are from  $x=0, \dot{x} > 0$ , every quarter of period of the cylinder oscillation.

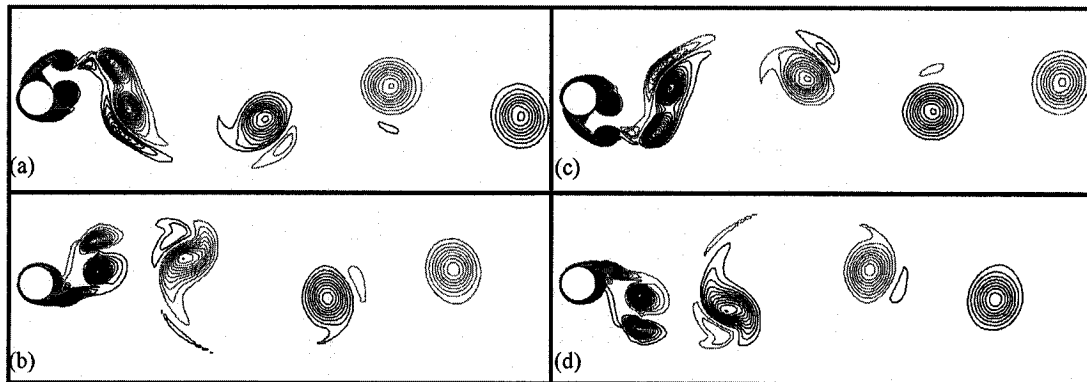


Figure 6.6. Vorticity field of the flow past the cylinder under forced oscillation for  $V_r=5$  and  $A/D=0.35$ . Figures are from  $x=0, \dot{x} > 0$ , every quarter of period of the cylinder oscillation.

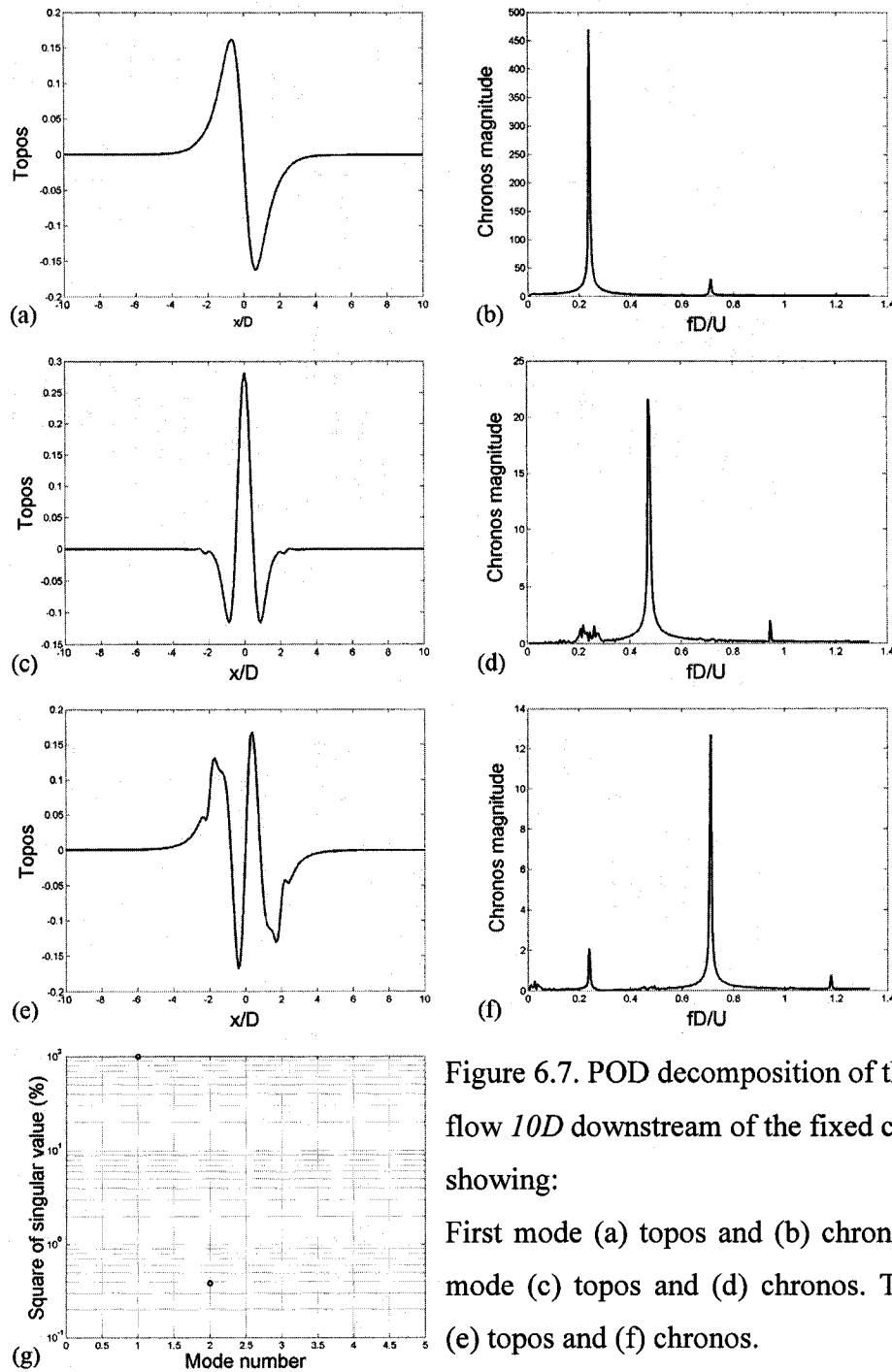


Figure 6.7. POD decomposition of the wake flow  $10D$  downstream of the fixed cylinder showing:

First mode (a) topos and (b) chronos. Second mode (c) topos and (d) chronos. Third mode (e) topos and (f) chronos.

(g) Square of singular value for each mode.

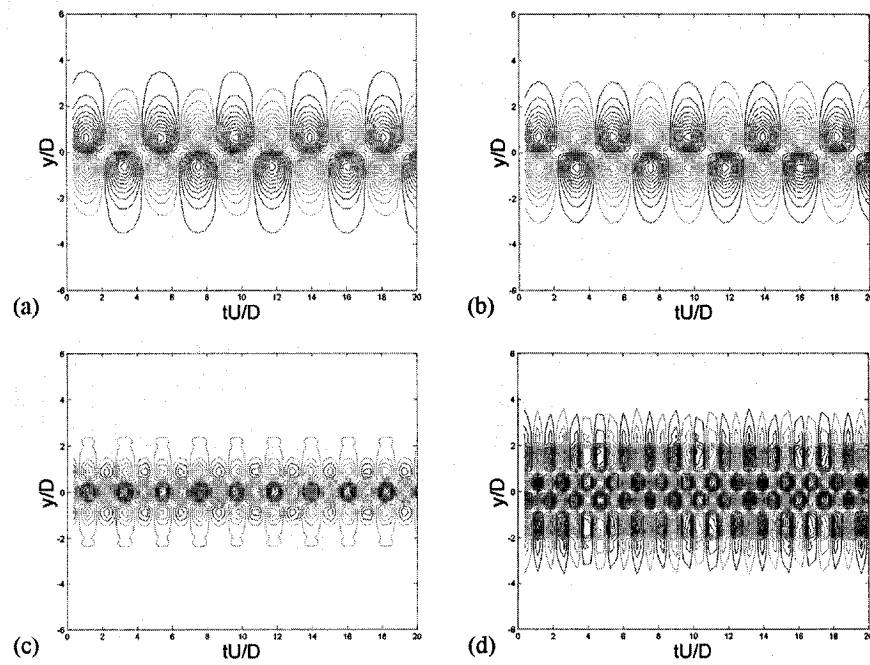


Figure 6.8.(a) Time evolution of the x-velocity profile  $10D$  downstream of the fixed cylinder. POD of the wake flow  $10D$  downstream of the fixed cylinder showing the time evolution of (b) first mode, (c) second mode and (d) third mode.

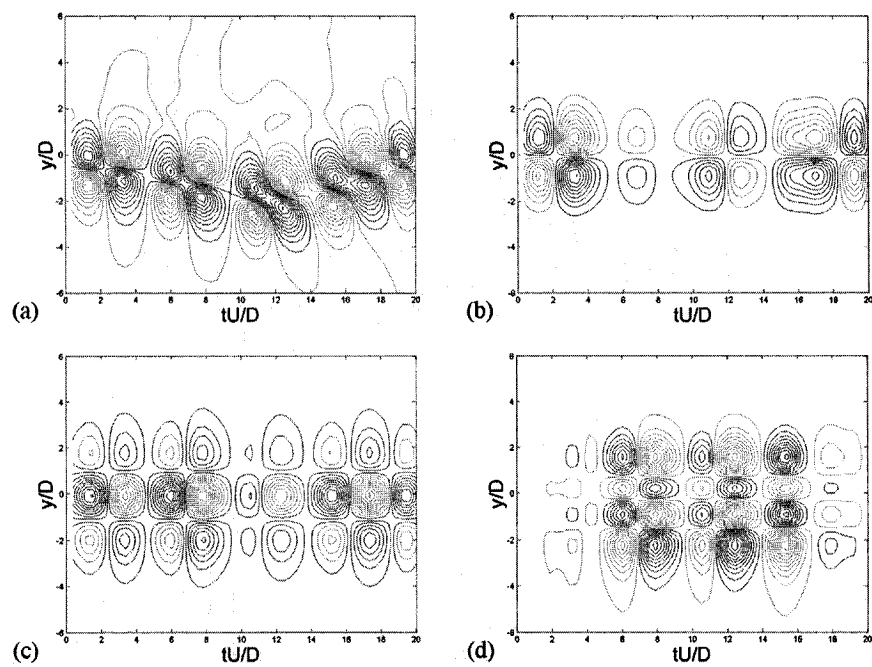


Figure 6.9. (a) Time evolution of the x-velocity profile  $10D$  downstream of the cylinder oscillating at  $A/D=0.05$ . POD of the wake flow  $10D$  downstream of the cylinder oscillating at  $A/D=0.05$  showing the time evolution of (b) first mode, (c) second mode and (d) third mode .

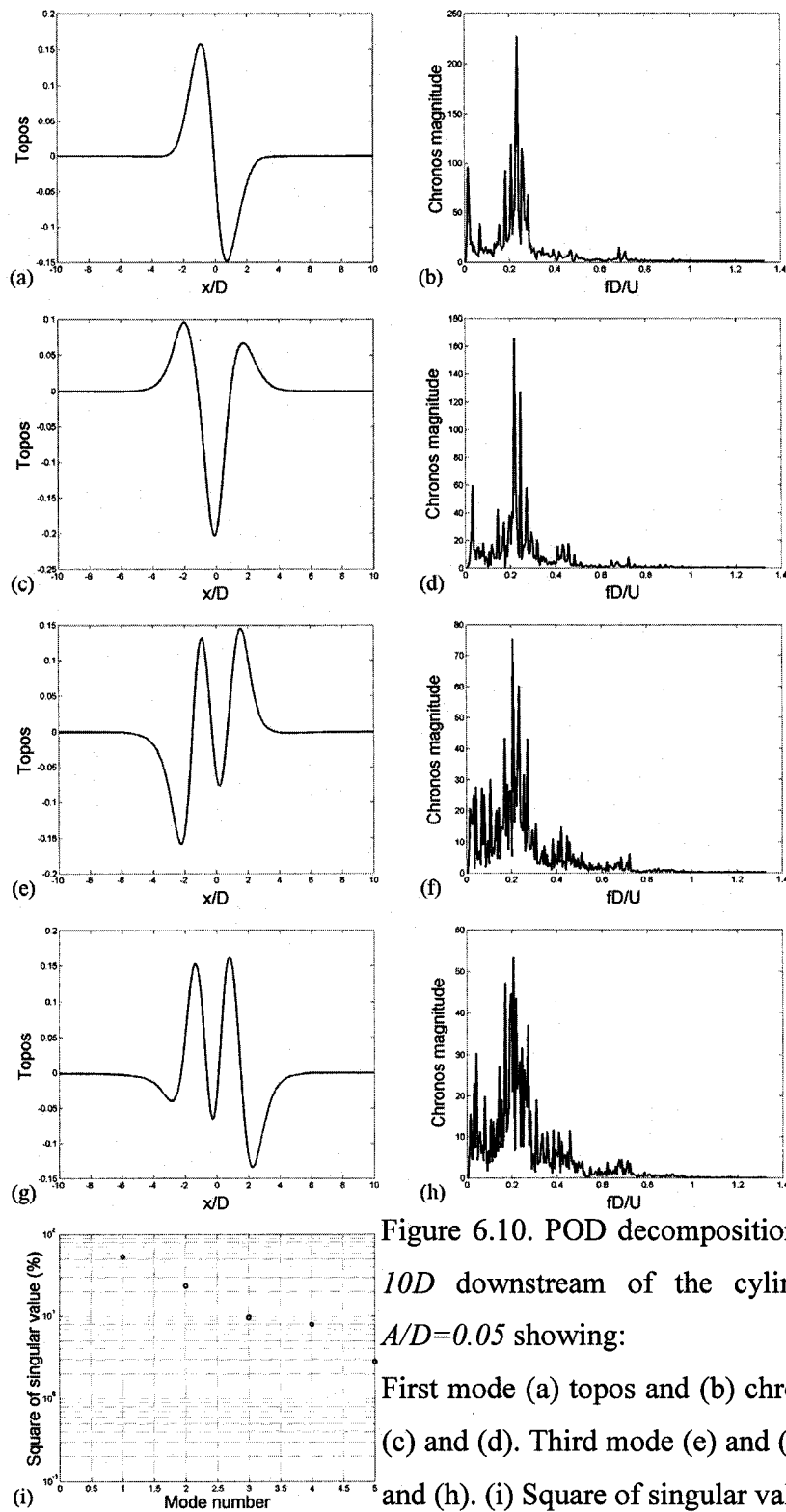


Figure 6.10. POD decomposition of the wake flow  $10D$  downstream of the cylinder oscillating at  $A/D=0.05$  showing:

First mode (a) topois and (b) chronos. Second mode (c) and (d). Third mode (e) and (f). Fourth mode (g) and (h). (i) Square of singular value for each mode.

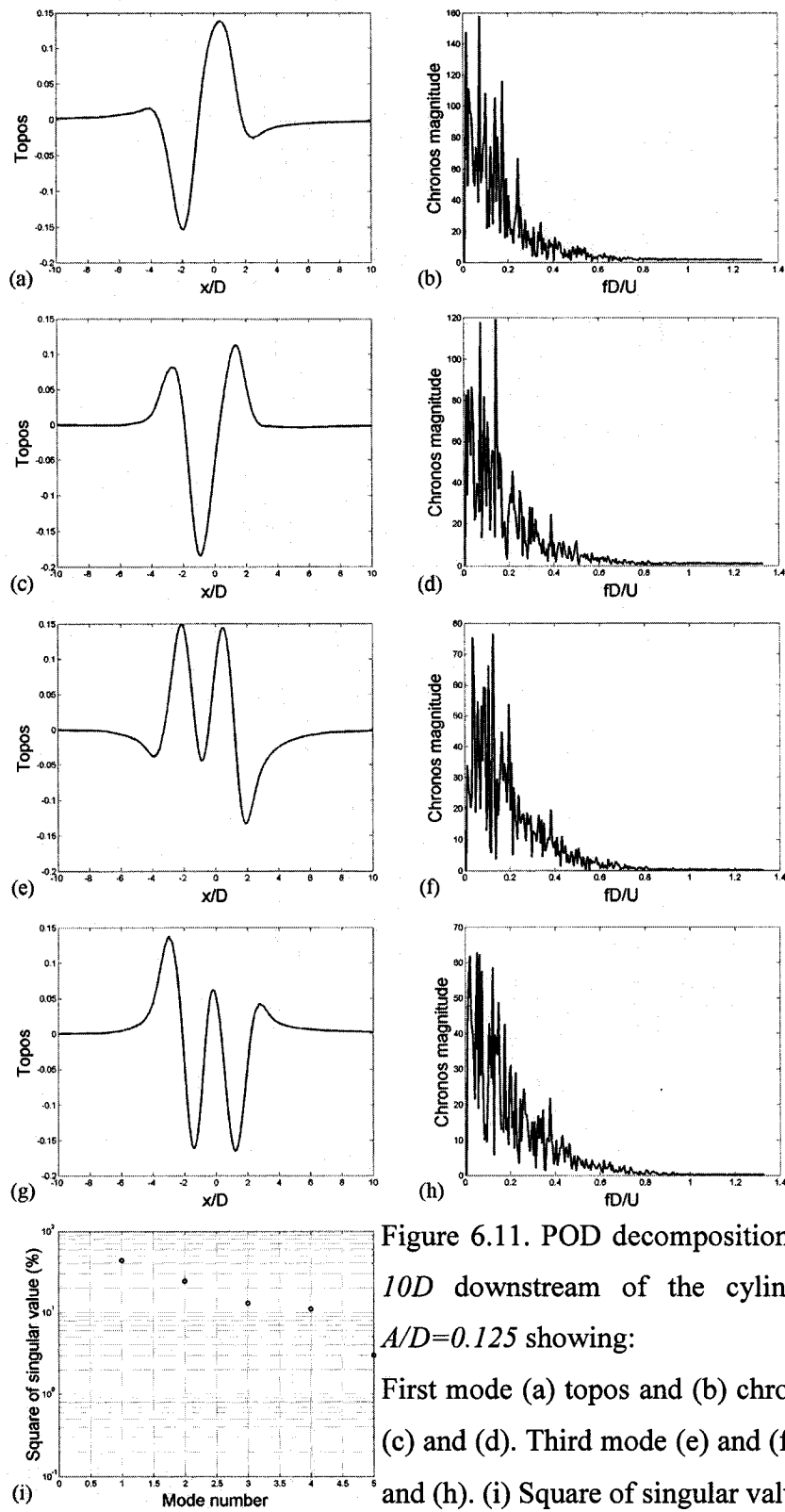


Figure 6.11. POD decomposition of the wake flow  $10D$  downstream of the cylinder oscillating at  $A/D=0.125$  showing:

First mode (a) topos and (b) chronos. Second mode (c) and (d). Third mode (e) and (f). Fourth mode (g) and (h). (i) Square of singular value for each mode .

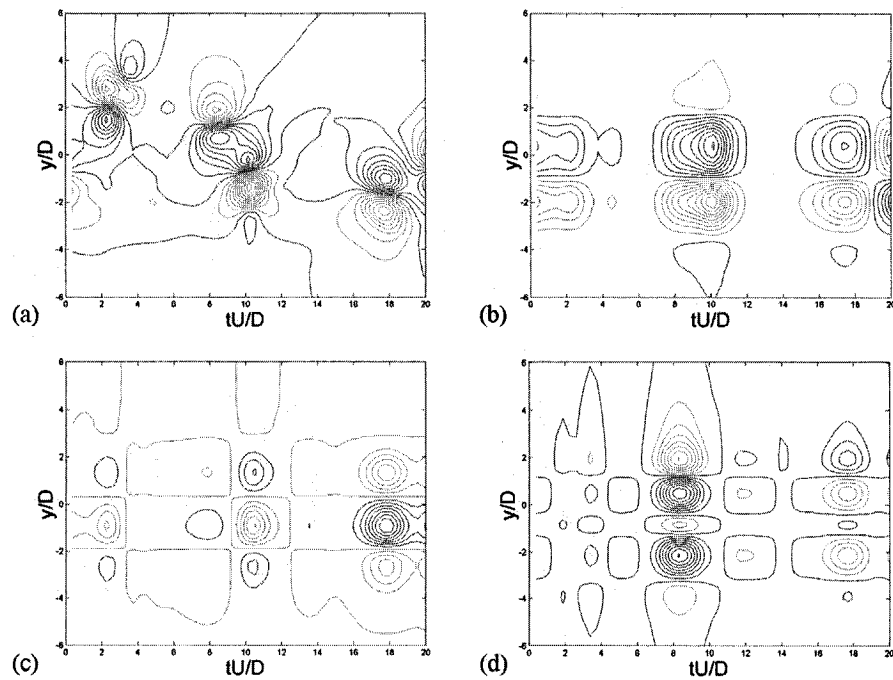


Figure 6.12. (a) Time evolution of the x-velocity profile  $10D$  downstream of the cylinder oscillating at  $A/D=0.125$ . POD of the wake flow  $10D$  downstream of the cylinder oscillating at  $A/D=0.125$  showing the time evolution of (b) first mode, (c) second mode and (d) third mode.



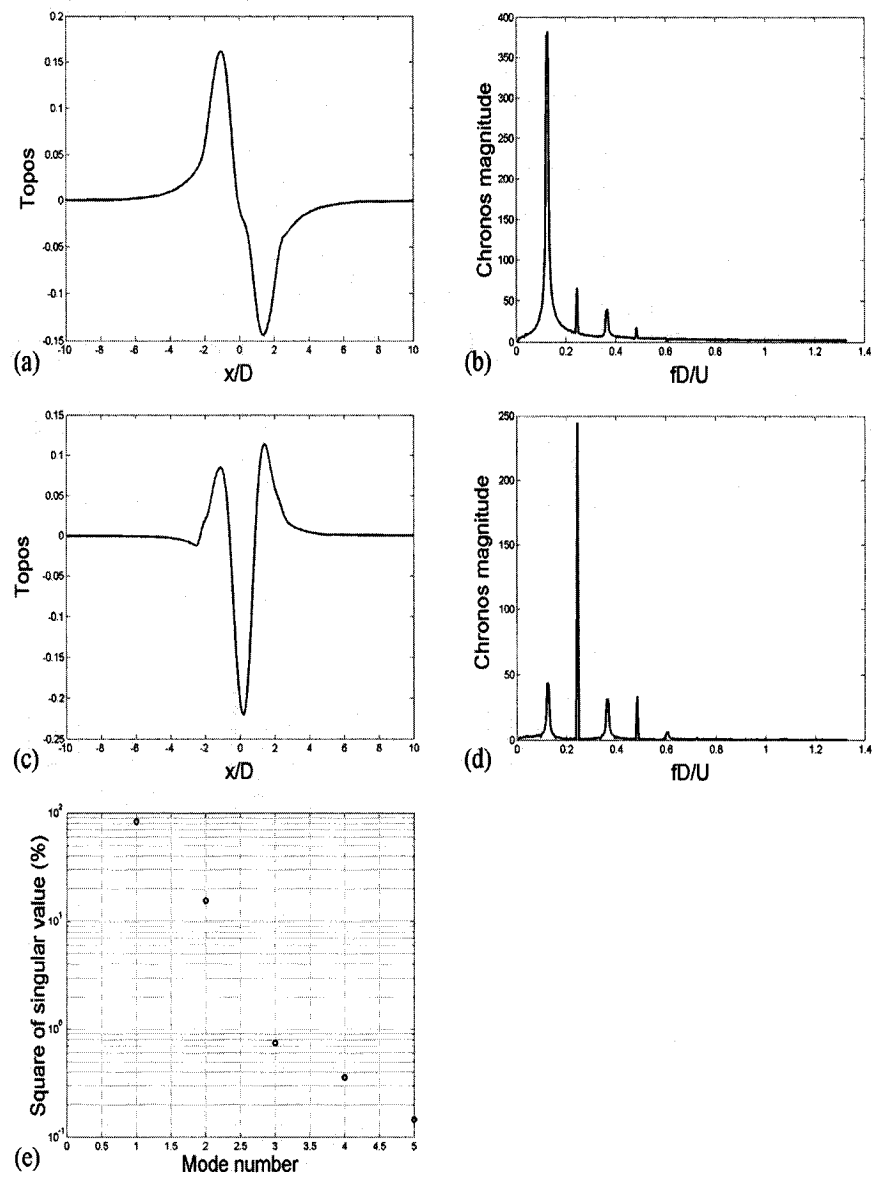


Figure 6.13. POD decomposition of the wake flow  $10D$  downstream of the cylinder oscillating at  $A/D=0.15$  showing: First mode (a) topos and (b) chronos. Second mode (c) topos and (d) chronos. (e) Square of singular value for each mode.

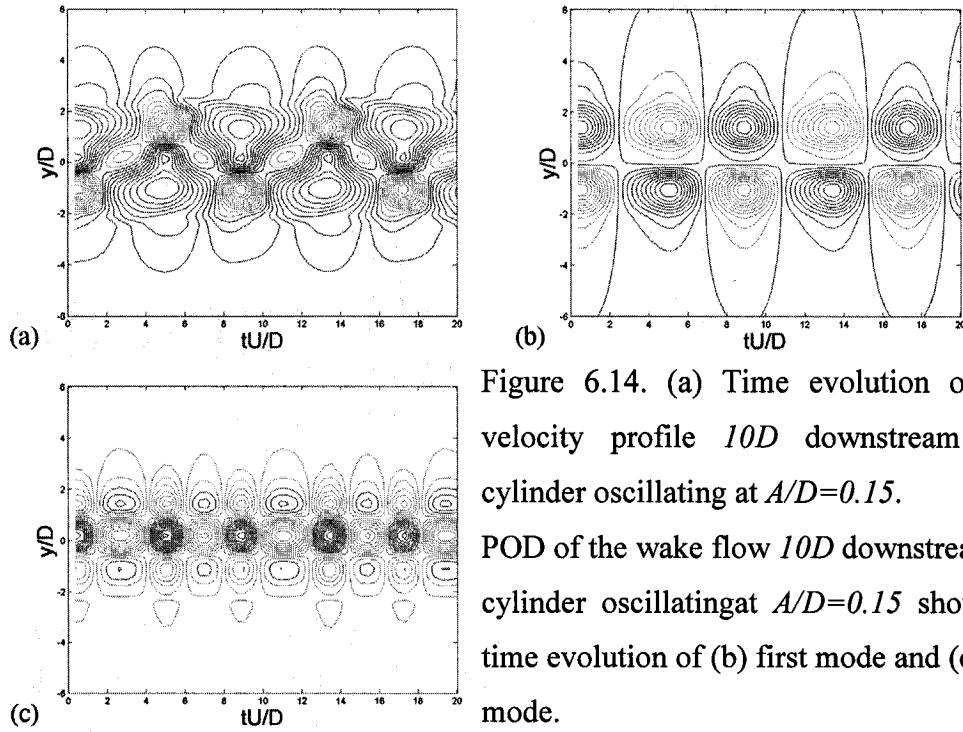


Figure 6.14. (a) Time evolution of the x-velocity profile  $10D$  downstream of the cylinder oscillating at  $A/D=0.15$ .

POD of the wake flow  $10D$  downstream of the cylinder oscillating at  $A/D=0.15$  showing the time evolution of (b) first mode and (c) second mode.

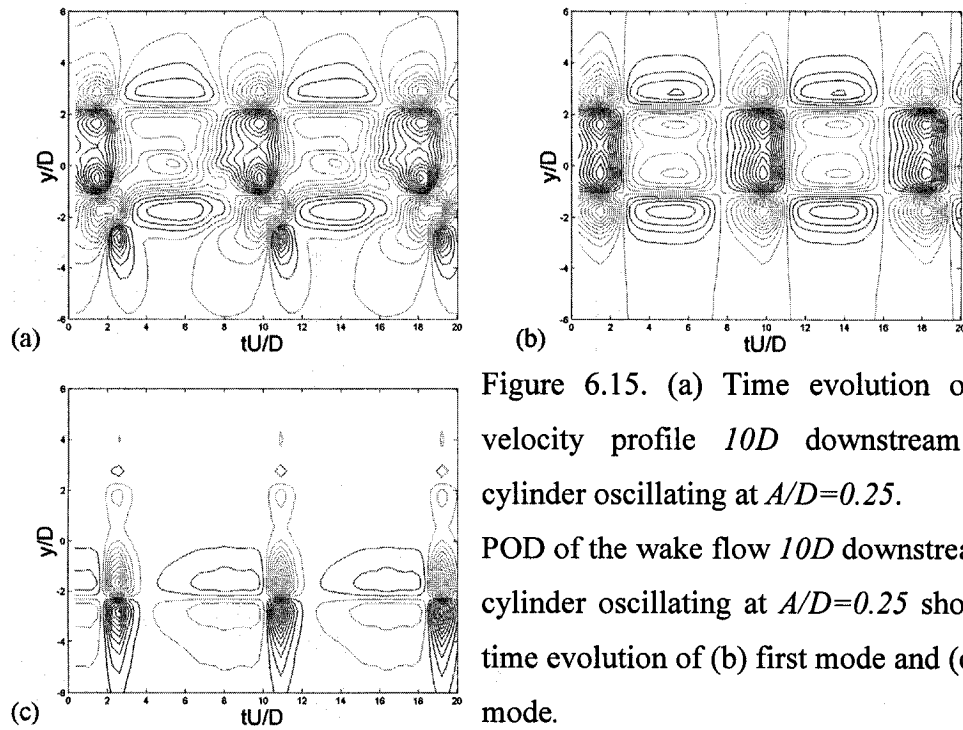


Figure 6.15. (a) Time evolution of the x-velocity profile  $10D$  downstream of the cylinder oscillating at  $A/D=0.25$ .

POD of the wake flow  $10D$  downstream of the cylinder oscillating at  $A/D=0.25$  showing the time evolution of (b) first mode and (c) second mode.

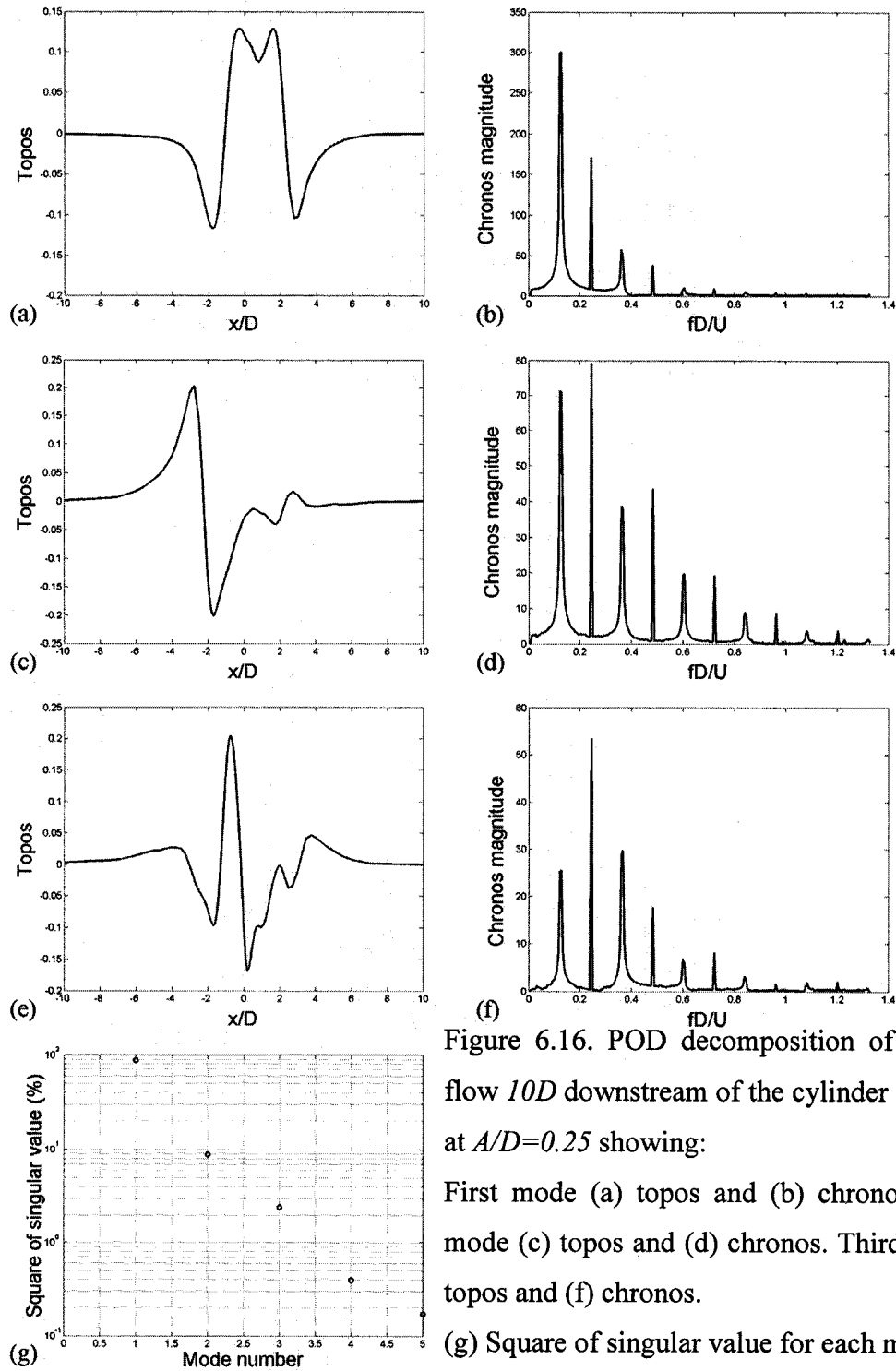


Figure 6.16. POD decomposition of the wake flow  $10D$  downstream of the cylinder oscillating at  $A/D=0.25$  showing:

First mode (a) topos and (b) chronos. Second mode (c) topos and (d) chronos. Third mode (e) topos and (f) chronos.

(g) Square of singular value for each mode.

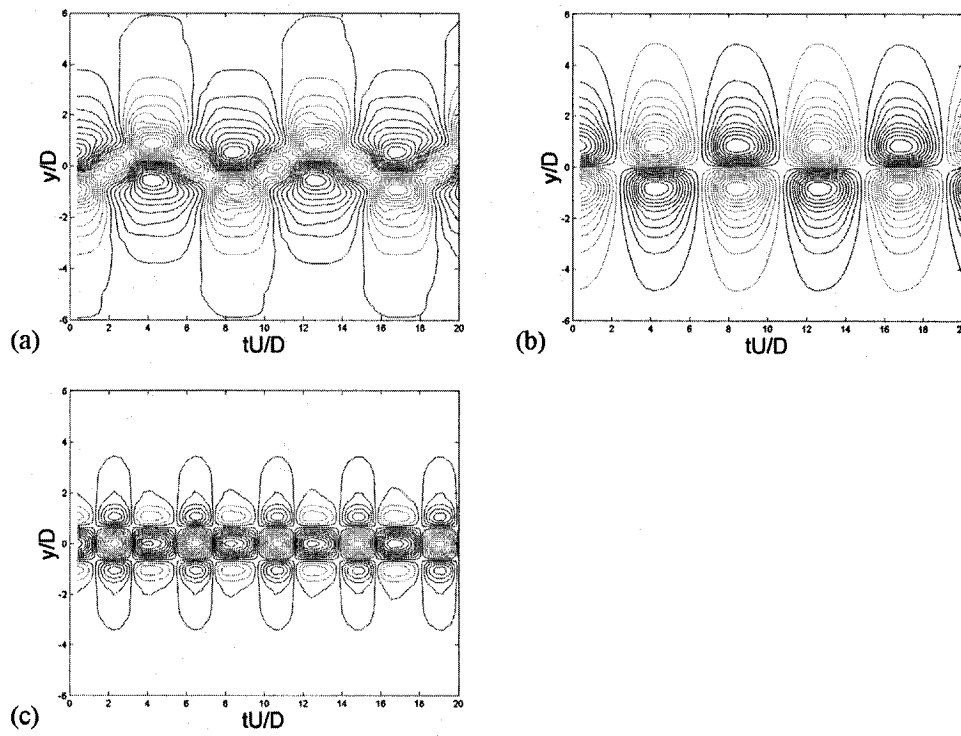


Figure 6.17. (a) Time evolution of the x-velocity profile  $10D$  downstream of the cylinder oscillating at  $A/D=0.35$ . POD of the wake flow  $10D$  downstream of the cylinder oscillating at  $A/D=0.35$  showing the time evolution of (b) first mode and (c) second mode.

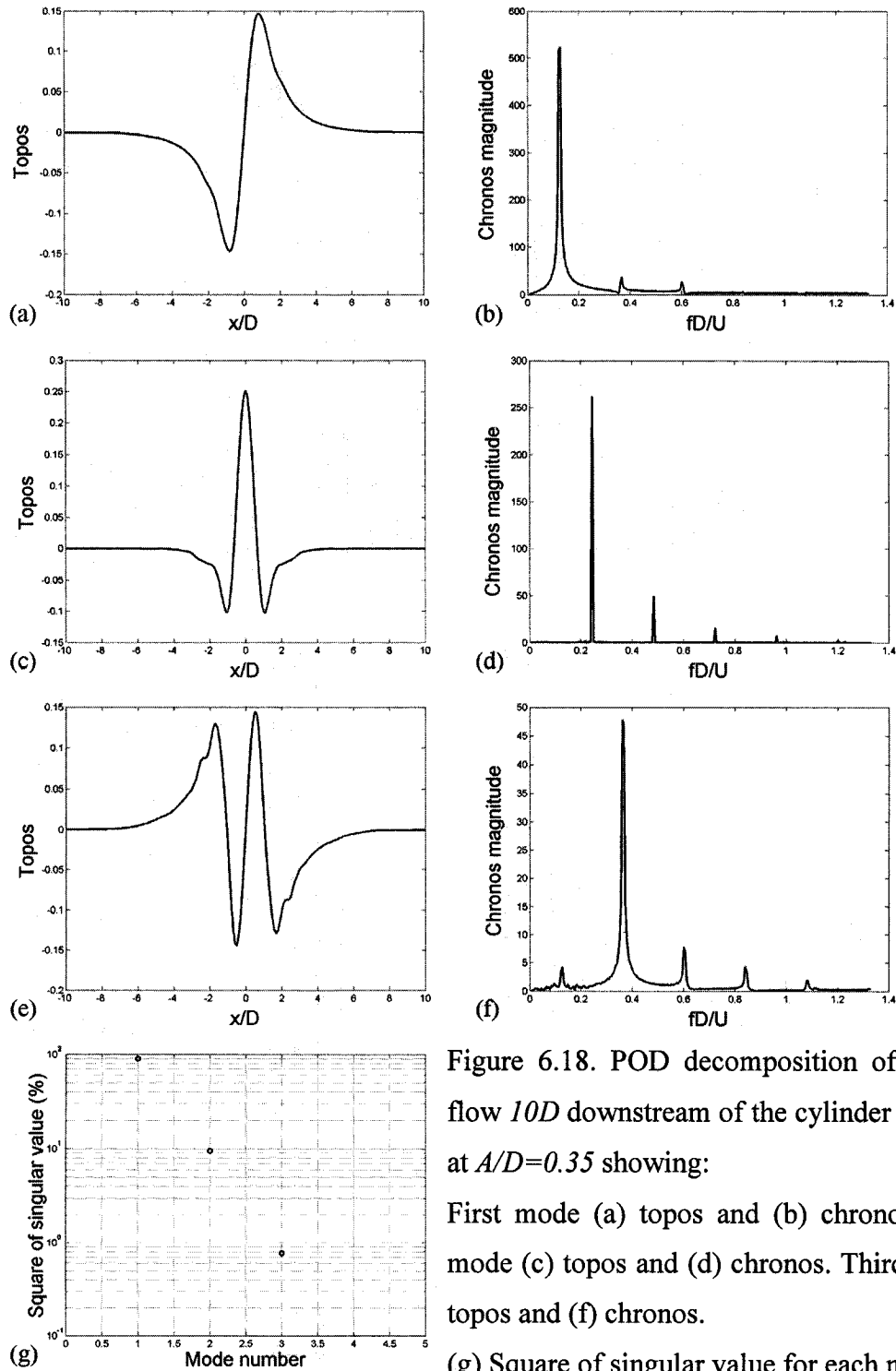


Figure 6.18. POD decomposition of the wake flow  $10D$  downstream of the cylinder oscillating at  $A/D=0.35$  showing:

First mode (a) topos and (b) chronos. Second mode (c) topos and (d) chronos. Third mode (e) topos and (f) chronos.

(g) Square of singular value for each mode.

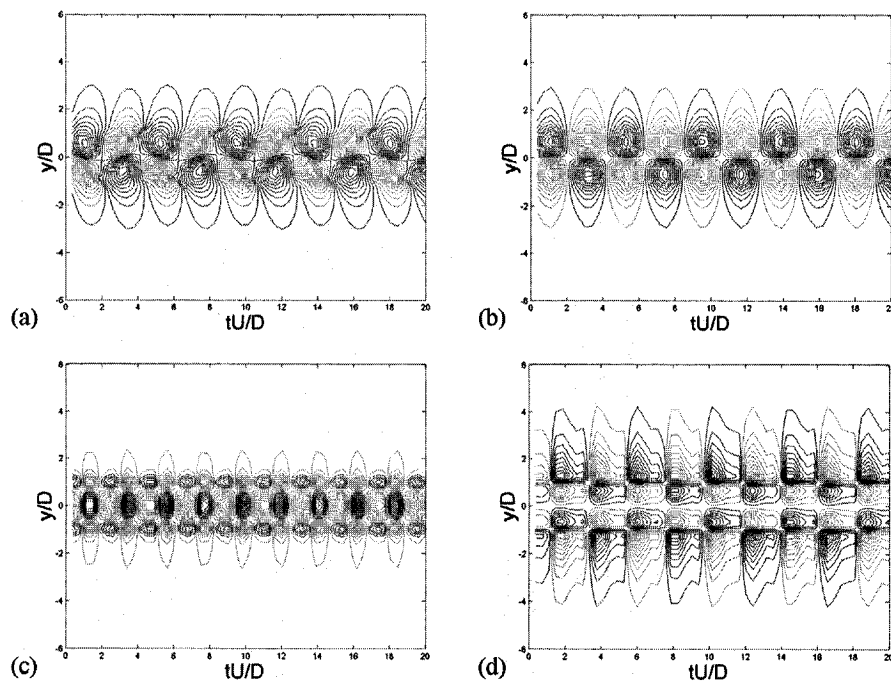


Figure 6.19. (a) Time evolution of the x-velocity profile  $2.25D$  downstream of the fixed cylinder. POD of the wake flow  $2.25D$  downstream of the fixed cylinder showing the time evolution of (b) first mode, (c) second mode and (d) third mode.

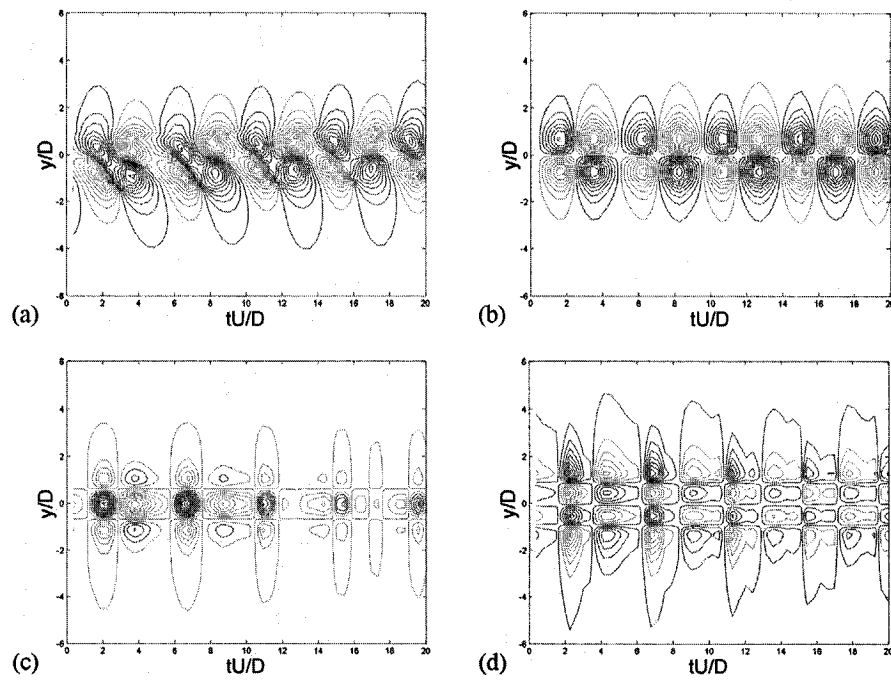


Figure 6.20. (a) Time evolution of the x-velocity profile  $2.25D$  downstream of the cylinder oscillating at  $A/D=0.05$ . POD of the wake flow  $2.25D$  downstream of the cylinder oscillating at  $A/D=0.05$  showing the time evolution of (b) first mode, (c) second mode and (d) third mode.

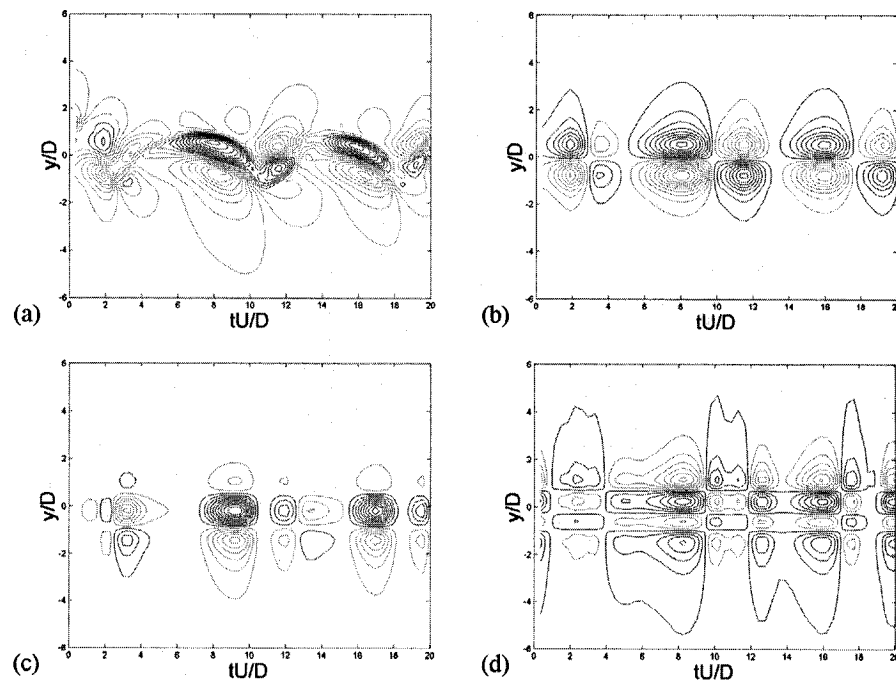


Figure 6.21. (a) Time evolution of the x-velocity profile  $2.25D$  downstream of the cylinder oscillating at  $A/D=0.125$ . POD of the wake flow  $2.25D$  downstream of the cylinder oscillating at  $A/D=0.125$  showing the time evolution of (b) first mode, (c) second mode and (d) third mode.



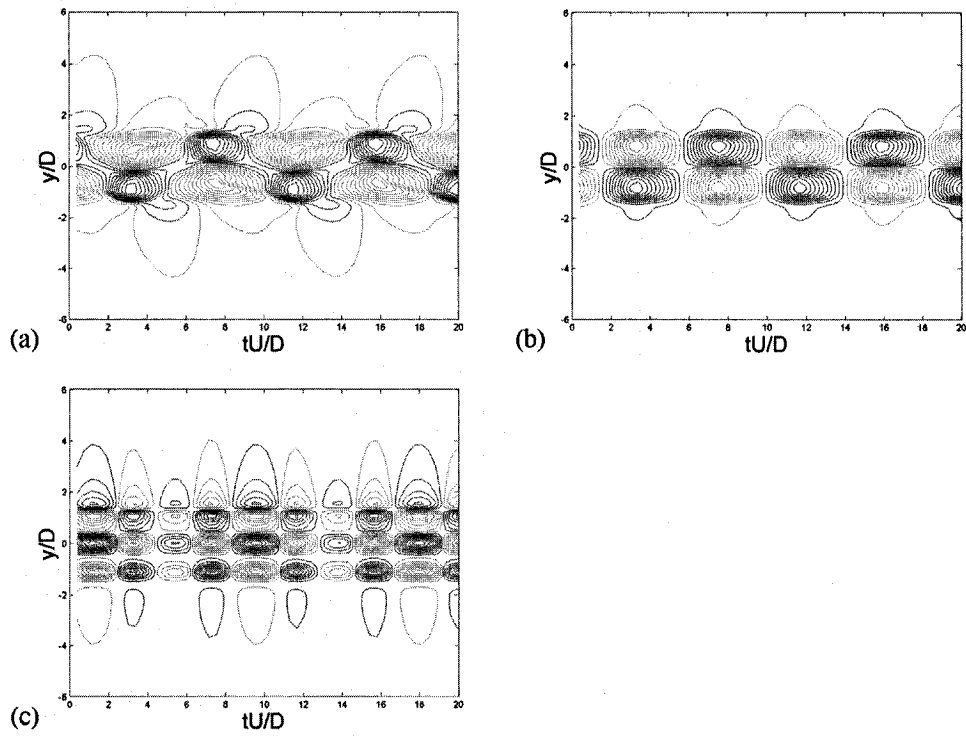


Figure 6.22. (a) Time evolution of the x-velocity profile  $2.25D$  downstream of the cylinder oscillating at  $A/D=0.15$ . POD of the wake flow  $2.25D$  downstream of the cylinder oscillating at  $A/D=0.15$  showing the time evolution of (b) first mode and (c) second mode.

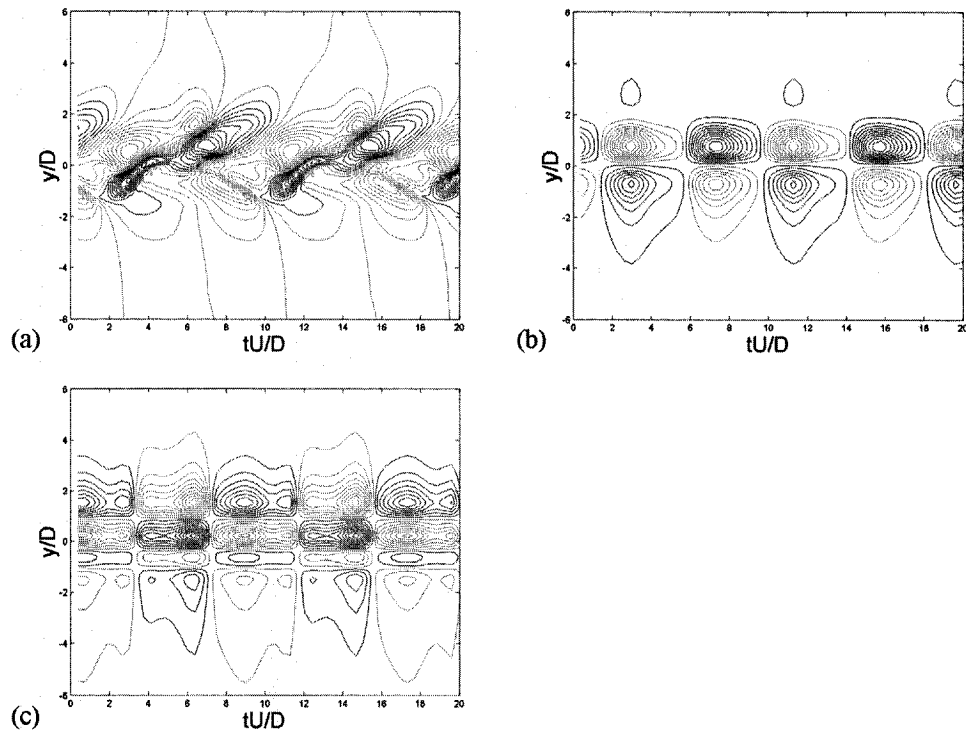


Figure 6.23. (a) Time evolution of the x-velocity profile  $2.25D$  downstream of the cylinder oscillating at  $A/D=0.25$ . POD of the wake flow  $2.25D$  downstream of the cylinder oscillating at  $A/D=0.25$  showing the time evolution of (b) first mode and (c) second mode.

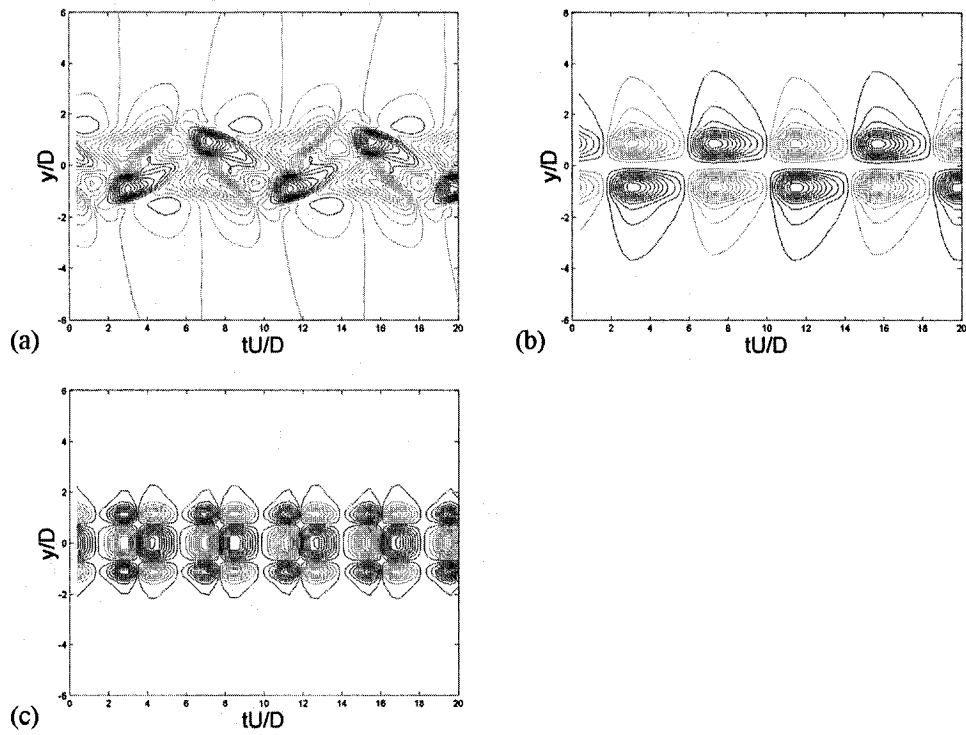


Figure 6.24. (a) Time evolution of the x-velocity profile  $2.25D$  downstream of the cylinder oscillating at  $A/D=0.35$ . POD of the wake flow  $2.25D$  downstream of the cylinder oscillating at  $A/D=0.35$  showing the time evolution of (b) first mode and (c) second mode.

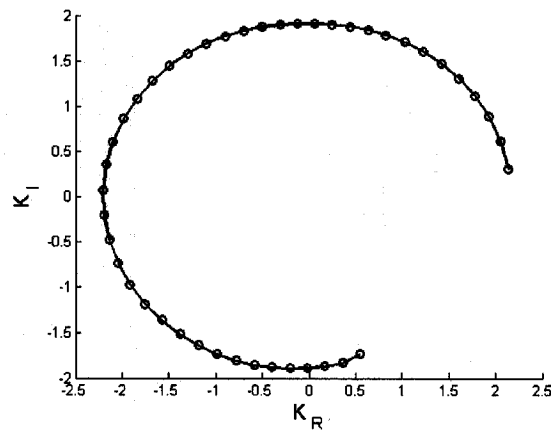


Figure 6.25. Poincare map relating the real and imaginary parts of successive mode  $K$  amplitudes in the case of the cylinder wake flow.

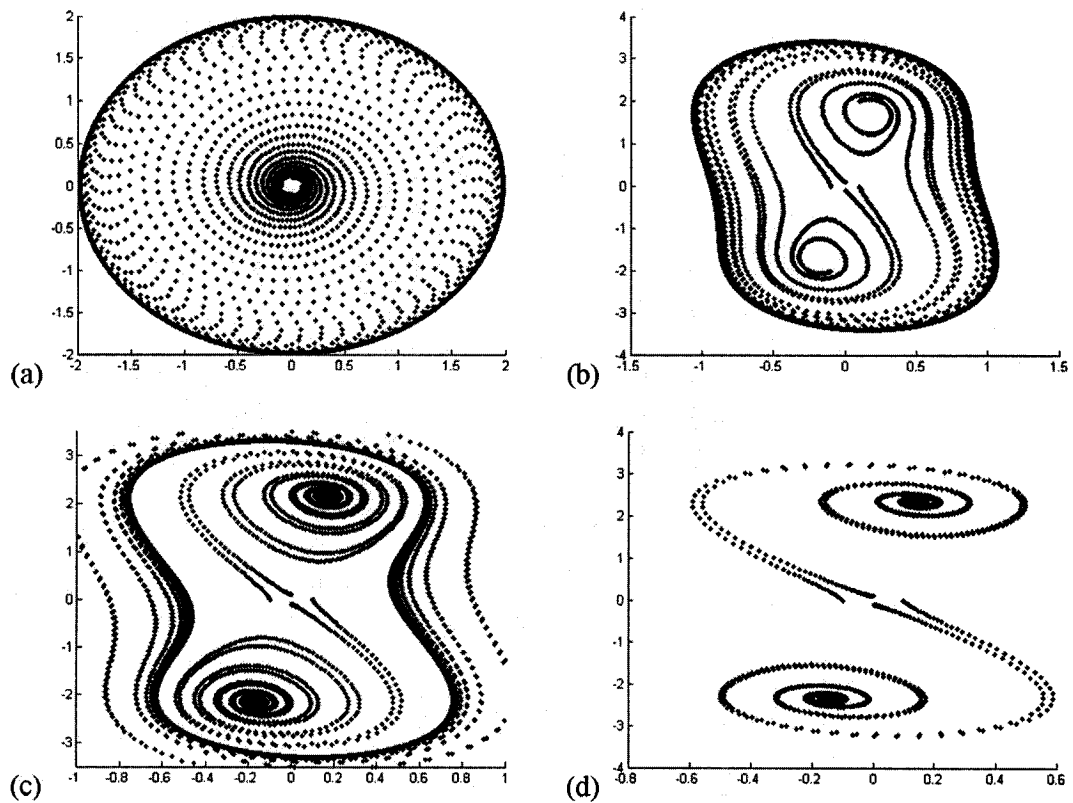


Figure 6.26. Trajectories of imaginary versus real components of mode  $K$  amplitude for different  $S$ : (a)  $S=0.025$ , (b)  $S=0.32325$ , (c)  $S=0.3325$ , (d)  $S=0.3375$ .

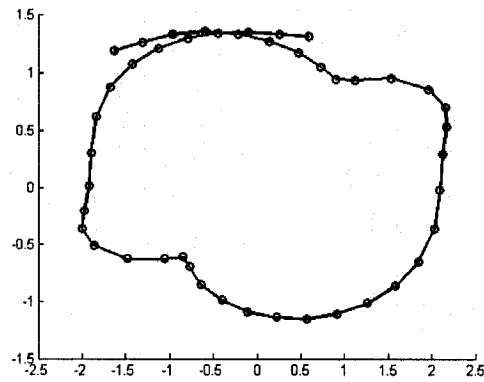


Figure 6.27. Poincaré map relating the real versus imaginary parts of successive mode  $K$  amplitudes at  $A/D=0.05$ .

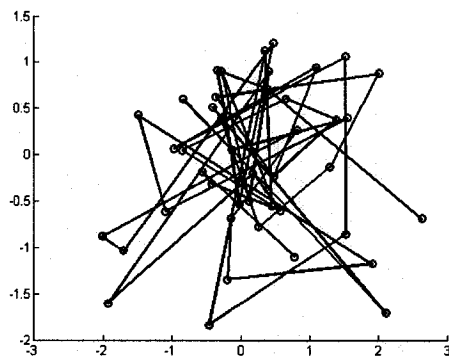


Figure 6.28. Poincaré map relating the real versus imaginary parts of successive mode  $K$  amplitudes at  $A/D=0.1$ .

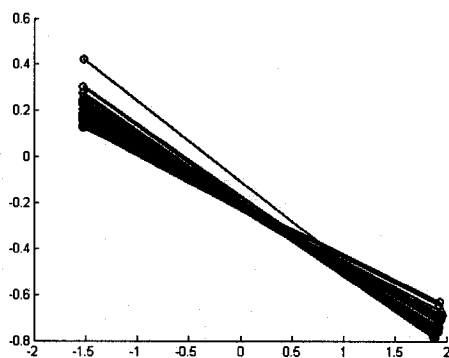


Figure 6.29. Poincaré map relating the real versus imaginary parts of successive mode  $K$  amplitudes at  $A/D=0.3$ .

## CHAPITRE VII

### DISCUSSION GÉNÉRALE ET CONCLUSIONS

La simulation numérique a permis d'observer la réponse de l'écoulement en fonction de la perturbation appliquée au cylindre, en l'occurrence des oscillations sinusoïdales forcées longitudinales à la fréquence du lâcher de tourbillons dans le cas du cylindre fixe. La simulation numérique a été effectuée avec une précision raisonnable en tenant compte du fait que l'écoulement a été simulé en configuration bidimensionnelle et sans modèle de turbulence, comme cela a été montré dans la partie concernant les méthodes numériques du chapitre trois ainsi que dans le chapitre quatre qui valide l'hypothèse d'absence de modélisation de la turbulence. Il a été montré que cette hypothèse restrictive, tout en permettant de gagner un temps de calcul considérable, ne pénalisait pas les résultats obtenus.

La réponse de l'écoulement a été calculée dans le cas de nombres de Reynolds de 100 et de 1000. Des remarques peuvent être tirées des observations faites à partir de ces simulations. Comme cela a été décrit dans la revue de littérature, l'écoulement en aval du cylindre fixe n'a pas les mêmes caractéristiques pour ces deux nombres de Reynolds. A  $Re=100$ , l'écoulement est laminaire et le sillage est bidimensionnel. En revanche, à  $Re=1000$ , si l'écoulement autour du cylindre est encore laminaire, le sillage tend à être tridimensionnel et turbulent. Ceci explique que la réponse de l'écoulement aux perturbations ait été plus importante à  $Re=1000$  qu'à  $Re=100$ .

Cette différence a été observée tout d'abord dans la réponse des forces de portance et de traînée aux oscillations. Pour les deux nombres de Reynolds, la traînée a effectué un doublement de période dès une amplitude d'oscillation de  $0.05D$ . En ce qui concerne la portance, un doublement de période a été observé à partir  $0.15D$  pour  $Re=1000$ , alors que pour  $Re=100$ , la fréquence principale n'a diminué que de 30% à une amplitude d'oscillations de  $0.6D$  (amplitude maximum simulée).

L'analyse de la force appliquée par le fluide sur le cylindre en fonction de sa position a mis en évidence la dynamique de la réponse du cylindre en fonction de

l'amplitude des oscillations. A  $Re=1000$ , une réponse quasi-harmonique puis chaotique du fluide aux oscillations forcées a été démontrée pour de faibles amplitudes d'oscillations avant l'apparition du premier mode périodique dans le sillage. Les modes de tourbillons dans le sillage à  $Re=1000$  correspondaient à des amplitudes d'oscillations supérieures à  $0.15D$ , c'est-à-dire une fois le doublement de fréquence atteint dans la force de portance et dans la force de traînée. En revanche, à  $Re=100$ , les modes de tourbillons avaient des périodes quadruple et triple de la période d'oscillation du cylindre quand la fréquence principale de la force de portance était réduite respectivement d'un quart et d'un tiers de sa valeur initiale. Ceci explique les modes plus originaux observés :  $2P+2S$  et  $2P+S$ .

Les modes  $2S$ ,  $S$  et  $P+S$  ont été observés lors de la simulation du forçage à  $Re=1000$ . Les différentes bifurcations symétriques entre modes périodiques observées dans le sillage étaient dues à un forçage symétrique de l'écoulement. Celui-ci a eu pour résultat un doublement de période vers le mode  $S$ , une rupture de symétrie dans le sillage vers le mode  $P+S$  puis un retour vers le mode  $S$ , identique au mode de tourbillon en aval du cylindre fixe mais avec une période double. D'un point de vue de mécanique des fluides, ces différentes transitions dans les modes de tourbillons ont été expliquées en terme d'intensification du mécanisme d'enroulement de la couche de cisaillement par le forçage.

La décomposition orthogonale propre a été utilisée dans le but d'explorer la dynamique du sillage en aval du cylindre. Il s'agissait d'analyser le phénomène d'interaction modale dans le sillage afin de comprendre l'évolution de la réponse de l'écoulement en fonction de l'augmentation du forçage. Ceci a été réalisé en se référant aux caractéristiques spatio-temporelles du forçage et du sillage de tourbillons. La POD a été appliquée aux résultats issus de la simulation numérique. Elle permet d'extraire des structures spatio-temporelles cohérentes d'un signal. Une fois la méthode appliquée aux résultats de la simulation numérique, le point important a été de déterminer dans quelle mesure les modes extraits étaient représentatifs de l'interaction modale dans le sillage que l'on voulait mettre en évidence.

En ce qui concerne le cas du cylindre fixe dans les deux configurations d'écoulement étudiées, la POD a extrait des modes ayant une symétrie et une fréquence propre. Les deux solutions possibles de la déstabilisation du sillage en aval du cylindre justifient l'existence de ces modes. Suivant la direction du forçage, ces modes sont excités dans différentes proportions par les perturbations de l'écoulement. Dans le cas présent, l'excitation longitudinale a excité le mode symétrique. Cet effet est visible à de faibles amplitudes de forçage. Ce mode, non visible dans le sillage, a un rôle important dans le mécanisme de forçage de l'écoulement. En augmentant l'amplitude des oscillations, le mode symétrique excité a déstabilisé le premier mode antisymétrique.

A  $Re=1000$ , l'interaction entre ces deux modes suivant l'importance du forçage a expliqué les différents régimes obtenus. La déstabilisation des modes a induit la réponse chaotique de l'écoulement. Il s'en est suivi une restabilisation, pour un forçage suffisant, de l'écoulement vers un doublement de période instable à  $0.15D$ . En continuant d'augmenter l'amplitude des oscillations, l'écoulement a ensuite perdu sa symétrie composée translation-réflexion. La POD a mis en évidence l'émergence de modes composés dans le sillage qui se traduit par un mode de tourbillons  $P+S$ . L'augmentation de l'énergie symétrique apportée à l'écoulement par le forçage a stabilisé le mode  $S$ , le doublement de période était achevé et stable, et les *topos* obtenus par POD étaient identiques à ceux des modes issus du sillage du cylindre fixe.

Finalement, l'analyse POD nous a renseigné sur le mécanisme de couplage entre les oscillations du cylindre et la structure, mécanisme dans lequel la symétrie spatio-temporelle du forçage revêt toute son importance. Suivant la symétrie spatio-temporelle associée au forçage, l'effet de la perturbation sur le sillage de tourbillons est différent. Selon la fréquence et la proportion de perturbations symétriques et antisymétriques du forçage, l'excitation des modes présents dans le sillage sera différente et induira une réponse particulière de l'écoulement.

La décomposition modale extraite du sillage par la méthode POD et le couplage spatio-temporel mis en évidence à de faibles amplitudes de forçage ont



corroboré l'approche théorique de l'interaction développée par Mureithi et al. (2002). En effet, la déduction d'équations d'amplitude entre les modes spatio-temporels présents dans le sillage, en utilisant la théorie des bifurcations par invariants symétriques, a pour objectif de modéliser l'interaction modale entre un mode issu de l'allée de von Karman et un mode issu du forçage, et ainsi, de permettre la prédiction de bifurcations symétriques dans l'écoulement. L'analyse POD de l'écoulement forcé a extrait ces modes spatio-temporels. Leurs évolutions temporelles en fonction du forçage ont été présentées. Ceci est une étape préliminaire dans l'objectif de déduire, à partir des résultats numériques, les coefficients de l'équation décrivant l'interaction modale dans le sillage.

Les coefficients de l'équation d'amplitude ont été interpolés en utilisant la méthode des moindres carrés à partir des *chronos* extraits dans le cas de la simulation en aval du cylindre fixe à  $Re=1000$ . L'équation d'amplitude ainsi déterminée a été analysée en supposant que le forçage, s'effectuant à la même période que la réduction de Poincaré de l'interaction, est décrit par une amplitude  $S$  constante. Les différentes bifurcations symétriques dans le sillage ont été comparées à la séquence de bifurcations symétriques de Takens-Bogdanov qui a été identifiée lors de l'analyse des bifurcations des cycles limites et des points fixes du modèle théorique. Le modèle théorique interpolé au quatrième ordre a été relié aux résultats issus de la simulation numérique.

L'objectif de comprendre les interactions entre le sillage de tourbillons et les oscillations forcées de la structure a été partiellement rempli. Une interaction modale dans le sillage a été démontrée et reliée au modèle théorique développé précédemment et à partir duquel un scénario de bifurcations de l'écoulement a été proposé. Cette première interpolation du modèle a permis d'avancer dans l'objectif à long terme de contrôle non linéaire de l'écoulement.

## CHAPITRE VIII

### RECOMMANDATIONS

Le développement et la réalisation de ce projet ont permis de progresser dans la compréhension des interactions tourbillons-structure, particulièrement grâce à l'analyse POD. Celle-ci donne une réduction modale du sillage simulée numériquement. Le mécanisme d'interaction à l'origine de la transition entre les modes de tourbillons est mieux compris, et l'interpolation de l'équation d'amplitude modélisant l'interaction modale dans le sillage a été réalisée. Des recommandations sont proposées selon les trois principales étapes présentées dans ce rapport. Il s'agit de la simulation numérique de l'écoulement, son analyse par réduction modale et l'interpolation de l'équation d'amplitude à partir des modes spatio-temporels extraits.

Du point de vue de la simulation numérique, d'autres conditions de simulation pourraient être analysées. Le forçage de l'écoulement étudié ici est l'oscillation forcée longitudinale au rapport de fréquence  $f_e/f_s=1$  à  $Re=100$  et  $Re=1000$ . En simulant le forçage de l'écoulement à des nombres de Reynolds intermédiaires d'autres effets du forçage sur le sillage pourraient être mis en évidence, puisque que les deux cas étudiés à  $Re=100$  et  $Re=1000$  se sont avérés très différents. Si l'on se réfère à la carte des modes de tourbillons de Williamson & Roshko (1988), le forçage de l'écoulement à d'autres rapports de fréquence, à la fois dans les directions longitudinales et transversales, permettrait d'étudier d'autres bifurcations symétriques de l'écoulement. Simuler l'écoulement forcé en aval d'un rectangle, d'un triangle, ou de tout autre corps non profilé serait instructif, étant donné qu'Ongoren & Rockwell (1988), qui ont étudié expérimentalement ces deux géométries, ont mis en évidence des réponses différentes de l'écoulement. Il est important, concernant ces propositions, de noter que l'analyse théorique développée par Mureithi et al. (2002) permet de déduire aisément les équations d'amplitudes correspondants aux autres cas de forçage, et qu'elles sont aussi valides pour d'autres géométries que le cylindre.

Ces résultats auraient de l'intérêt puisqu'ils permettraient d'analyser l'interaction entre modes spatio-temporels à d'autres nombres de Reynolds, dans le cas d'autres couplages symétriques entre le forçage et le sillage de tourbillons, ainsi que pour d'autres géométries en aval desquelles l'écoulement se déstabilise lui aussi à partir d'un certain nombre de Reynolds.

Concernant l'analyse de l'interaction modale, les écoulements simulés ont été analysés par la méthode POD sur le profil de vitesse longitudinal à une distance de  $2.25D$  et  $10D$  en aval du centre du cylindre. L'analyse par POD n'implique pas forcément de se restreindre à un profil de vitesse, ni à une seule composante de la vitesse. Une analyse autre que celle présentée dans ce rapport pourrait être envisagée. Si l'on veut toujours se restreindre à un profil, il est possible d'analyser à la fois les deux composantes du vecteur vitesse. La méthode POD peut aussi être appliquée à une zone à deux dimensions en aval du cylindre. Ceci permettrait de prendre plus en considération l'évolution spatiale des modes de tourbillons lors de leur déplacement en aval dans le sillage. Rien ne restreint non plus l'analyse du sillage uniquement à l'utilisation de la méthode POD. Il peut être envisagé d'appliquer la Décomposition Bi-Orthogonale (BOD) (Hémon & Santi (2003)). Un des principaux intérêts justifiant une nouvelle analyse, utilisant une méthode et/ou des données à analyser différentes, est la comparaison des modes extraits avec ceux présentés dans ce rapport, notamment concernant leurs symétries spatio-temporelles. Cette vérification est importante puisque les modes extraits sont ensuite utilisés pour l'interpolation de l'équation d'amplitude modélisant l'interaction dans le sillage.

Du point de vue de l'interpolation de l'équation à partir des modes extraits de l'analyse de l'écoulement, une plus grande précision numérique lors de l'extraction des modes permettrait une meilleure interpolation de l'équation d'amplitude, notamment en interpolant aussi les termes d'ordres supérieurs de l'équation.

L'intérêt de ces recommandations est de progresser dans la prédiction, à l'aide du modèle théorique, des bifurcations symétriques observées dans les différentes simulations numériques.

## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- BAEK, S.J., LEE, S.B., SUNG, H.J. 2001. "Response of a circular cylinder wake to superharmonic excitation". *Journal of Fluid Mechanics*. 442:67-88.
- BILLAH, K.Y., SCANLAN, R.H. 1991. "Resonance, Tacoma Narrows bridge failure, and undergraduate physics textbooks.". *American Journal of Physics*. 59:118-124.
- BLACKBURN, H.M., HENDERSON, R.D. 1999. "A study of two-dimensional flow past an oscillating cylinder". *Journal of Fluid Mechanics*. 385:255-286.
- BLEVINS, R.D. 1990. *Flow-induced Vibration*. New York, USA : Van Nostran Reinhold. 451 p.
- BRIKA, D., LANEVILLE, A. 1995. "An experimental study of the aeolian vibrations of a flexible circular cylinder at different incidences". *Journal of Fluids and Structures*. 9:371-391.
- BRIKA, D., LANEVILLE, A. 1993. "Vortex-induced vibrations of a long flexible circular cylinder". *Journal of Fluid Mechanics*. 250:481-508.
- CHEN, H., HUANG, G.P.G., LEBEAU, R.P. 2005. "Acell-centered pressure based method for two/three-dimensional unstructured incompressible Navier-Stokes solver". *43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*.
- DE LANGRE, E. 2002. *Fluides et Solides*. Paris : Les éditions de l'Ecole Polytechnique. 132 p.
- ETIENNE, S. 1999. *Contribution à la modélisation de l'écoulement de fluides visqueux autour de faisceaux de cylindres circulaires*. Thèse de doctorat, Université de la Méditerranée Aix-Marseille II - Ecole supérieure de Mécanique de Marseille.

- FENG, C.C. 1968. *The measurement of vortex-induced effects in flow past stationary and oscillating circular and D-section cylinders*. MaSc thesis, University of British Columbia, Vancouver, B.C., Canada.
- GRIFFIN, O.N., RAMBERG, S.E. 1976. "Vortex shedding from a cylinder in line with an incident flow". *Journal of Fluid Mechanics*. 75:257-271.
- GRIFFIN, O.N., RAMBERG, S.E. 1974. "The vortex-street wakes of vibrating cylinders". *Journal of Fluid Mechanics*. 66:553-576.
- HEMON, P., SANTI, F. 2003. "Applications of biorthogonal decompositions in fluid-structure interactions". *Journal of Fluids and Structures*. 17:1123-1143.
- HOLMES, P., LUMLEY, J.L., BERKOOZ, G. 1996. *Turbulence, coherent structures, dynamical systems and symmetry*. Cambridge, UK: Cambridge university press. 420p.
- KU, H.C., HIRSH, R.S., TAYLOR, T.D. 1987. "A pseudospectral method for solution of the three-dimensional incompressible Navier-Stokes equations". *Journal of Computational Physics*. 70:439-462.
- KUZNETSOV, Y.A. 2004. *Elements of applied bifurcation theory*. New-York : Springer-Verlag. 631p.
- LU, X.Y., DALTON, C. 1996. "Calculation of the timing of vortex formation from an oscillating cylinder". *Journal of Fluids and Structures*. 10:527-541.
- MARASLI, B., CHAMPAGNE, F.H., WYGNANSKI, I.J. 1989. "Modal decomposition of velocity signals in a plane turbulent wake". *Journal of Fluid Mechanics*. 198:255-273.
- MUREITHI, N.W., COTOI, I., RODRIGUEZ, M. 2004. "Response of the Karman wake to external periodic forcing and implications for vortex shedding control". 8<sup>th</sup> *Conference on flow induced vibration*. Paris, FRANCE: E. DE LANGRE & F. AXISA. P. 87-92.

- MUREITHI, N.W., KANKI, H., GODA, S., NAKAMURA, T., KASHIKURA, T. 2002. "Symmetry breaking and mode-interaction in vortex-structure interaction". *5<sup>th</sup> international symposium on fluid structure interaction*. New Orleans, Louisiana: ASME Int'l Mech. Engrg. Congress & Exhibition.
- NISHIHARA, T., TANEKO, S., WATANABE, T. 2005. "Characteristics of fluid dynamics forces acting on a circular cylinder oscillated in the stream wise direction and its wake patterns". *Journal of Fluids and Structures*. 20:505-518.
- NOBARI, M.R.H., NADERAN, H. 2006. "A numerical study of flow past a cylinder with cross flow and inline oscillation". *Computers and Fluids*. 35:393-415.
- ONGOREN, A., ROCKWELL, D. 1988. "Flow structure from an oscillating cylinder Part.1 Mechanisms of phase shift and recovery in the near wake". *Journal of Fluid Mechanics*. 191:197-223.
- ONGOREN, A., ROCKWELL, D. 1988. "Flow structure from an oscillating cylinder Part.2 Mode competition in the near wake". *Journal of Fluid Mechanics*. 191:225-245.
- QIAN, L., VEZZA, M. 2001. "A vorticity-based method for incompressible unsteady viscous flows". *Journal of Computational Physics*. 172:515-542.
- RODRIGUEZ, M., MUREITHI, N.W. 2006. "Numerical investigation of the two dimensional past a cylinder subjected to stream-wise harmonic forcing". *Journal of Fluids and Structures*. Submitted:
- ROSHKO, A. 1954. *On the development of turbulent wakes from vortex sheet*.
- SARPKAYA, T. 2004. "A critical review of the intrinsic nature of vortex-induced vibrations". *Journal of Fluids and Structures*. 19:389-447.
- SWIFT, J.W., WIESENFIELD, K. 1984. "Suppression of period-doubling in symmetric systems". *Physical Review Letters*. 52:705-708.

- TAMURA, Y., SUGANUMA, S., KIKUCHI, H., HIBI, K. 1999. "Proper orthogonal decomposition of random wind pressure field". *Journal of Fluids and Structures*. 13:1069-1095.
- VAN DYKE, M. 1982. *An album of fluid motion*. Parabolic Press. 176p.
- WILCOX, D.C. 2004. *Turbulence Modeling for CFD*. 2nd Ed., DCW Industries, Inc. 540p.
- WILLIAMS, D.R., MANSY, H., AMATO, C. 1992. "The response and symmetry properties of a cylinder wake subjected to localized surface excitation". *Journal of Fluid Mechanics*. 234:71-96.
- WILLIAMSON, C.H.K. 1996. "Vortex dynamics in the cylinder wake". *Annual Review of Fluid Mechanics*. 28:477-539.
- WILLIAMSON, C.H.K., GOVARDHAN, R. 2004. "Vortex-induced vibrations". *Annual Review of Fluid Mechanics*. 36:413-455.
- WILLIAMSON, C.H.K., ROSHKO, A. 1988. "Vortex formation in the wake of an oscillating cylinder". *Journal of Fluids and Structures*. 2:355-381.
- WU, C.G., LIANG, Y.C., LIN, W.Z., LEE, H.P., LIM, S.P. 2003. "A note on equivalence of proper orthogonal decomposition methods". *Journal of Sound and Vibration*. 265: 1103-1110.
- ZHOU, X., HITT, D.L. 2004. "Proper orthogonal decomposition analysis of coherent structures in a transient buoyant jet". *Journal of Turbulence*. 5:

## ANNEXE A : Méthode POD

La méthode POD a été présentée dans la partie 3.4. Elle a été développée en utilisant le logiciel Matlab et le script de la méthode est disponible en annexe. Celui-ci est organisé selon le diagramme suivant :

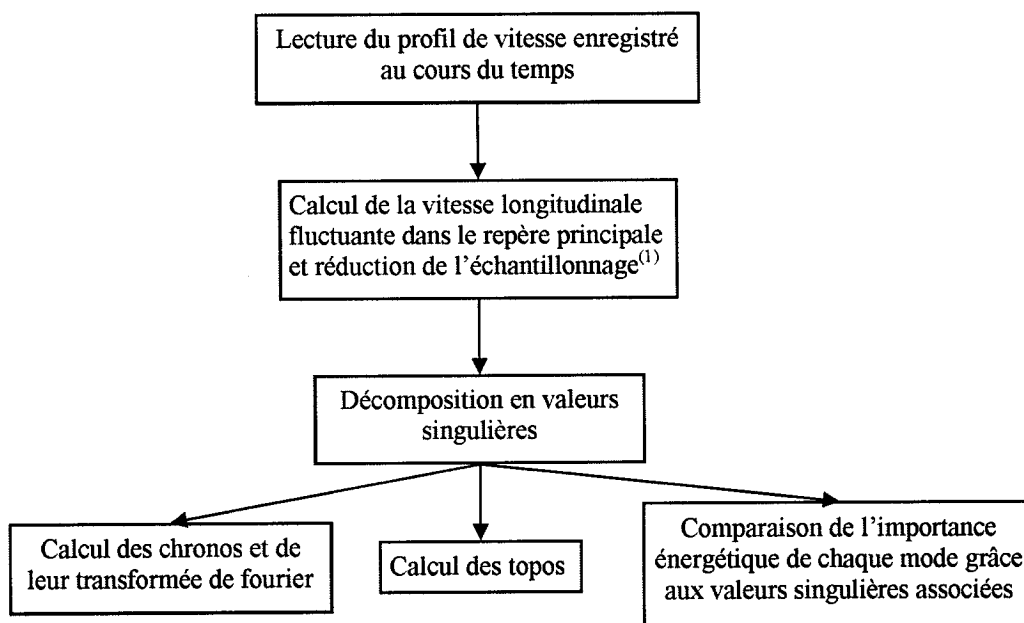


Figure A.1. Organigramme du programme de l'analyse POD.

<sup>(1)</sup> La réduction de l'échantillonnage consiste à ne conserver la vitesse fluctuante le long du profil que tous les dix pas de temps. Cela ne réduit pas la précision obtenue lors de la transformée de Fourier des *chronos* mais seulement la largeur de bande de fréquence qui reste grande comparée aux fréquences présentes dans les fluctuations dans le sillage du cylindre. En effet cela permet d'obtenir la transformée de Fourier sur une largeur de bande adimensionnée égale à 1.33 au lieu de 13.3 dans le cas des 5000 pas de temps conservés alors que les phénomènes instationnaires apparaissent



entre 0 et 1 (le nombre de Strouhal du cylindre fixe est 0.239). De plus le temps de calcul de l'analyse POD se trouve largement réduit de même que la mémoire vive nécessaire lors de la décomposition en valeur singulière de la matrice du profil de vitesse. L'analyse des résultats confirme ce choix.